Bildrestauration durch Entfaltung mit der ortsabhängigen PSF des optischen Systems

Diplomarbeit

an der Hochschule Darmstadt, Fachbereich MN

vorgelegt von: Tomy dos Santos Rolo

Durchgeführt am Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
vom 1. September 2007 - 29. Februar 2008
Referent: Prof. Dr. Ohser
Koreferent: Prof. Dr. Blendowske
Betreuung: Dr. Alexander Rack

Zusammenfassung

Ein Algorithmus zur ortsaufgelösten Restauration von Bildern eines indirekten Röntgenpixel-Flächendetektors wurde an der Ångströmquelle Karlsruhe entwickelt. Hierzu mußte zunächst ein Meßverfahren entworfen werden, mit dem man die ortsaufgelöste Impulsantwort des Detektors messen konnte. Die Meßung wurde durchgeführt, indem eine Kante in verschiedenen Orientierungen durch das Bild bewegt wurde. Aus diesen Kantenfunktionen wurde die LSF bestimmt und daraus mittels inverser Radon-Transformation die Impulsantwort. Der Restaurationsalgorithmus basiert auf der Hauptkomponentenanalyse der ortsabhängigen Impulsantwort. Anwenden der Restauration auf reale Bilder führt zu größerer Schärfe im Sinne einer größeren Steigung an einer Kante, allerdings werden dabei auch Restaurationsartefakte eingefürt.

Abstract

An algorithm to perform spatially varying image restoration on images taken at Ångströmquelle Karlsruhe with an indirect X-Ray pixel area detector was developped. Therefore a method had to be developped to assess the space-varying point spread function of the instrument, which consisted of measuring edge spread functions in several orientations on different positions in the field of view. From these edge response functions the line spread functions were calculated which allowed to obtain the point spread function via inverse Radon transform. The restoration algorithm is based on principal componnents analysis of the spatially varying point spread function. Applying the restoration on sample data yields sharper images in terms of steeper edges, but restoration artifacts are introduced in the process.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis **3**

1 Einleitung **4**
1.1 Ziel der Arbeit 4
1.2 Ångströmquelle Karlsruhe 5

2 Theoretische Grundlagen **8**
2.1 Geometrische Optik 8
2.1.1 Paraxiale Näherung 9
2.1.2 Seidelsche Aberrationen 11
2.2 Wellenoptik und Auflösung 14
2.3 Rauschen 15
2.4 Lineare Systemtheorie 18
2.5 Bildakquisition 20

3 Bestimmung der PSF **23**
3.1 Experimenteller Aufbau 27
3.2 Auswertung der Meßdaten 29

4 Restauration **35**
4.1 Wiener-Filter 36
4.2 Restauration mit ortsabhängiger PSF 37

5 Ergebnisse **42**

6 Diskussion **47**

7 Danksagung **50**

Literaturverzeichnis **52**

Abbildungsverzeichnis

1.1 Schematische Darstellung eines Synchrotrons. (A) Elektronenquelle, (B) Vorbeschleuniger, (C) Ablenkmagnet, (D) insertion device, (E) Optik-Hütte, (F) Experimentierhütte, (G) Kontrollraum [San07] 6

1.2 An einer Synchrotronlichtquelle kann ein breites Spektrum elektromagnetischer Strahlung zur Verfügung gestellt werden, vom fernen Infrarot bis zu harter Röntgenstrahlung [fSm08]. 7

2.1 Ein Lichtstrahl, aus dem Medium mit der Brechzahl n kommend, trifft mit dem Winkel α zum Lot auf das Medium mit der Brechzahl n' und ändert seine Richtung dem Brechungsgesetz entsprechend. 9

2.2 Ein Objektpunkt mit Abstand y von der optischen Achse wird auf einen Bildpunkt y' abgebildet. Hierbei bezeichnet a die objektseitige Schnittweite, a' die bildseitige Schnittweite und f' die Brennweite der dünnen Linse. 10

2.3 Die numerische Apertur ist der Sinus des halben Öffnungswinkels α des optischen Systems. 11

2.4 Der Punkt O wird nicht scharf auf die Bildebene abgebildet, sondern auf einen Streukreis, da die Abbildungsgleichung nicht erfüllt ist. 11

2.5 Die zur Beschreibung der Seidelschen Aberrationen verwendeten Größen. 13

2.6 Schnitt durch die Intensitätsverteilungen zweier Airy-disks mit Abstand y_{min}. Die gestrichelte Linie ist die Summe der Intensitäten. 16

2.7 Schematischer Strahlengang des Detektors. Röntgenstrahlung passiert den Szintillator und wird dabei in sichtbares Licht umgewandelt, welches durch ein Linsensystem auf den CCD-Chip abgebildet wird [BB96]. 21

3.1 Die LSF entsteht durch Faltung einer Linie mit der PSF. Die Intensitätsverteilung hängt nur von einer Koordinate ab [Bor97]. 24

3.2 Die ESF entsteht durch Faltung der PSF mit der Sprungfunktion [Bor97] 26

3.3 Der experimentelle Aufbau. Der Strahl ist blau markiert. A: Szintillator, B: Kamera, C: Translationstisch, D: Siliziumfilter 27
3.4 Kantenüberhöhung bei Verwendung einer teildurchlässigen Kante [IBGKN05] 28
3.5 Photonenfluß in Abhängigkeit der Photonenenergie an der Topo-Tomo-Beamline für unterschiedlich dicke Siliziumfilter. Die schwarze Kurve zeigt den Fluß ohne Filter, nur mit dem Beryllium-Austrittsfenster. 29
3.6 Links: Bild vor zwei-Punkt Kalibrierung und Grauwertprofil durch die markierte Zeile. Rechts: Bild nach zwei-Punkt Kalibrierung. . 30
3.7 Oben links: Bild nach Anwendung des Logarithmus. Oben rechts: Das Gradientenbild. Unten links: Hough-Transformation des Binärbildes. Unten rechts: Aus dem Hough-Raum selektierter Bereich 32
3.8 Links: Exakte Ausrichtung der Kanten, alle Geraden schneiden sich in einem Punkt. Rechts: Abweichung der Orientierung der Kanten um bis zu 2° von der Sollausrichtung. Es gibt insgesamt sechs Schnittpunkte. 33
3.9 Beispiel eines Sinogramms mit dem eine PSF mittels gefilterter Rückprojektion bestimmt wurde. 34

5.1 Die ersten sechs Hauptkomponenten, links oben beginnend im Uhrzeigersinn nummeriert. Die erste Komponente entspricht der durchschnittlichen PSF, die weiteren Komponenten modifizieren diese Form. Der einfarbige Balken am oberen Rand entspricht dem Wert null. 43
5.2 Orte, an denen PSF gemessen wurden. Die mit einem dicken Punkt markierten PSFs sind in Abbildung 5.3 dargestellt. 44
5.3 Obere Reihe: An den in Abbildung 5.2 markierten Punkten gemessene PSFs. Mittlere Reihe: mit Hauptkomponenten genäherte PSF. Untere Reihe: Abweichung zwischen modellierter und gemessener PSF. Die Skala gibt den relativen Fehler zwischen Modell und Messung wider. Die Ausdehnung der Bilder beträgt 8×8 Pixel. 45
5.4 Ergebnis der Anwendung des Algorithmus auf einen Bildausschnitt mit einer Kante, der aus dem Datensatz entnommen wurde, der zur Berechnung der PSF diente. Links: Originalbild und vertikales Zeilenprofil. Rechts: Bildausschnitt respektive Zeilenprofil nach Restauration. Die Steigung der Kante ist größer als im Originalbild, allerdings wurden Artefakte in der Umgebung der Kante eingeführt und das Rauschen ist ausgeprägter 46

Kapitel 1

Einleitung

Bilder, die mit einem optischen System aufgenommen werden, sind keine eins-zu-eins Abbildungen des aufgenommenen Objekts. Bei der Aufnahme gehen unweigerlich Informationen über das abgebildete Objekt verloren. Dies rührt unter anderem daher, daß die Registrierung der vom optischen System erzeugten Intensitätsverteilung mit einem Flächendetektor mit Rauschen behaftet ist. Auch die abbildende Optik erzeugt Bildfehler, die dazu führen, daß ein Punkt im Objekt nicht auf einen Punkt im Bild abgebildet wird, sondern auf eine Zerstreuungsfigur. Unter gewissen Voraussetzungen ist es allerdings möglich, einen Teil der verlorengegangen Informationen zu rekonstruieren. Dies rührt daher, daß die Information im Bild teilweise redundant vorhanden ist.

1.1 Ziel der Arbeit

Ziel der Diplomarbeit ist die Entwicklung eines Algorithmus zur ortsaufgelösten Restauration von Bildern, die mit einem optischen System aufgenommen wurden. Die Prozesse bei der Abbildung, insbesondere die Störungen, die bei der Abbildung auftreten, lassen sich mit Ansätzen der linearen Systemtheorie beschreiben. Für eine Restauration des Bildes muß die optische Übertragungsfunktion (optical transfer function, OTF) bekannt sein. Oftmals wird angenommen, daß sich die optische Übertragungsfunktion im Bildfeld nur so wenig ändert, daß sie als konstant angesehen werden kann [GdV99].

In dieser Arbeit soll versucht werden, eine allgemeinere Formulierung für die Restauration zu entwickeln, die nicht von einer konstanten OTF ausgeht. Um die Restauration ortsaufgelöst vornehmen zu können, muß zunächst die räumliche Variation der OTF bekannt sein. Der erste Teil der Arbeit wird sich deshalb

damit beschäftigen, ein Meßverfahren zu entwickeln und zu implementieren, mit dem sich diese Variation bestimmen läßt. Die gewonnenen Meßdaten werden dann dazu verwendet, um die ortsaufgelöste Restauration durchzuführen.

1.2 Ångströmquelle Karlsruhe

Die Ångströmquelle Karlsruhe (ANKA) ist eine Synchrotronlichtquelle, die vom Institut für Synchrotronstrahlung am Forschungszentrum Karlsruhe betrieben wird.

Das Forschungszentrum Karlsruhe ist eine zur Helmholtz-Gemeinschaft gehörende gemeinnützige Forschungseinrichtung. Es wurde im Jahr 1956 gegründet und beschäftigt zur Zeit ca. 3800 Angestellte. Das Jahresbudget beträgt 320 Millionen €. Das Forschungszentrum ist an Kooperationen verschiedenster Art mit Partnern aus Industrie, Forschung und Lehre beteiligt. Besonders erwähnenswert ist das Karlsruher Institut für Technologie (KIT), ein Zusammenschluß der Universität Karlsruhe und dem Forschungszentrum Karlsruhe. Die Forschungsschwerpunkte liegen im Bereich Materie, Umwelt, Gesundheit und Energie. Zum Institut für Synchrotronstrahlung gehört neben ANKA auch ANKA-COS, welches für die industrielle Nutzung des Synchrotrons verantwortlich ist.

Die Hauptforschungsgebiete bei ANKA umfassen zur Zeit vier Kerngebiete:

- Festkörperphysik, mit dem Max-Planck Institut für Festkörperforschung in Stuttgart und dem Institut für Festkörperphysik am Forschungszentrum Karlsruhe als Kooperationspartner,
- Nano- und Mikrotechnologie, in Kooperation mit dem Institut für Mikrostrukturtechnik am Forschungszentrum Karlsruhe,
- Geologie, Umwelt und Actinidenforschung, in Kooperation mit dem Institut für Nukleare Entsorgung am Forschungszentrum Karlsruhe,
- Technologien für Synchrotronlichtquellen.

Ein Synchrotron ist ein Teilchenbeschleuniger, in dem geladene Elementarteilchen auf relativistische Geschwindigkeiten beschleunigt werden. Bei Synchrotronlichtquellen ist daran ein Speicherring angeschlossen.

Im Falle von ANKA wird die für Experimente nutzbare Strahlung durch die Ablenkung von Elektronen im Speicherring erzeugt. Die in einer Elektronenröhre

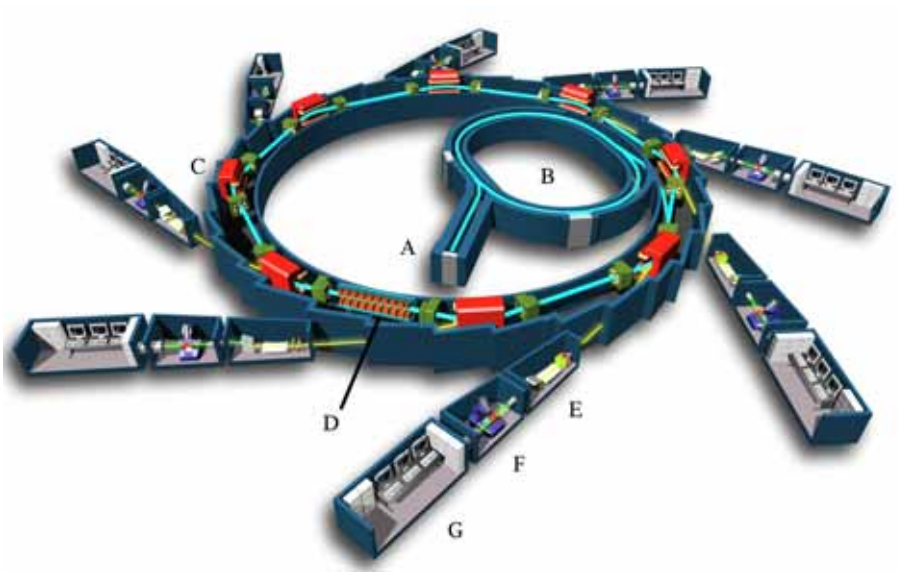

Abbildung 1.1: Schematische Darstellung eines Synchrotrons. (A) Elektronenquelle, (B) Vorbeschleuniger, (C) Ablenkmagnet, (D) insertion device, (E) Optik-Hütte, (F) Experimentierhütte, (G) Kontrollraum [San07]

erzeugten Elektronen werden zunächst in einem Vorbeschleuniger auf eine Energie von 500 MeV beschleunigt und anschließend in den Speicherring injiziert, wo sie auf ihre endgültige Energie von 2.5 GeV beschleunigt werden. Die Elektronen werden im Ultrahochvakuum des Speicherrings durch Ablenkmagnete auf eine Kreisbahn gezwungen (Abbildung 1.1).

Diese Ablenkung stellt eine Beschleunigung, also eine Änderung des Geschwindigkeitsvektors der Elektronen dar. Durch diesen Prozeß emittieren die Elektronen Strahlung, die sogenannte Synchrotronstrahlung. Diese Abstrahlung bedeutet einen Energieverlust für die Elektronen. Aus diesem Grund muß ihnen beständig Energie zugeführt werden, um die Energie im Speicherring konstant zu halten.

Der Speicherring von ANKA besteht aus 16 Ablenkmagneten und 4 straight sections für insertion devices, an denen Strahlrohre zur Bereitstellung der Synchrotronstrahlung in den Experimentierhütten aufgebaut werden können. Die Synchrotronstrahlung zeichnet sich im wesentlichen durch ihre hohe Intensität und den geringen Divergenzwinkel aus, der so klein ist, daß in guter Näherung von paralleler Strahlung ausgegangen werden kann. Der Speicherring hat einen einen Umfang von 110 m.

An einem Synchrotron ist es möglich, elektromagnetische Strahlung vom fer-

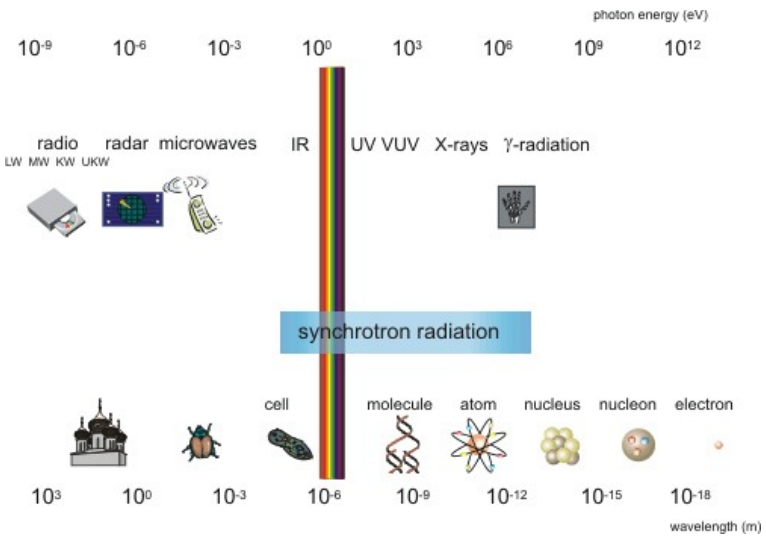

Abbildung 1.2: An einer Synchrotronlichtquelle kann ein breites Spektrum elektromagnetischer Strahlung zur Verfügung gestellt werden, vom fernen Infrarot bis zu harter Röntgenstrahlung [fSm08].

nen Infrarot bis zu harter Röntgenstrahlung zu erzeugen. Je nach verwendeter Quelle und Bedürfnis der Experimentierstation wird davon ein Teil bevorzugt verwendet. Abbildung 1.2 zeigt ein schematisches Spektrum.

Die Messungen wurden an der TopoTomo-Beamline durchgeführt. An dieser Beamline wird die Synchrotronstrahlung für bildgebende Experimente genutzt. Zur Zeit werden dort drei Verfahren für die Bildgebung eingesetzt:

- Radiographie: Projektion der inneren Struktur einer Probe auf einen Flächendetektor,
- Tomographie: Rekonstruktion eines 3D-Datensatzes aus einer Sequenz von Radiographien,
- Topographie: Visualisierung von Gitterdefekten in Einkristallen durch Bragg-Reflexion der Strahlung [SD03].

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

In diesem Abschnitt werden die theoretischen Grundlagen für die Entwicklung eines Modells dargestellt, mit dem es möglich ist, die Entfaltung von Bildern mit örtlich variierender OTF zu beschreiben.

2.1 Geometrische Optik

Sind die betrachteten optischen Komponenten groß im Vergleich zur Wellenlänge des Lichts, kann zur Beschreibung der Ausbreitung von Licht die Näherung der geometrischen Optik verwendet werden. In dieser Näherung betrachtet man Licht als Strahlen, die sich geradlinig ausbreiten. Mit der Theorie der geometrischen Optik lassen sich die geometrischen Verhältnisse der Bildgebung beschreiben.

Ein Punkt in der Objektebene wird durch ein optisches System auf die Bildebene abgebildet. Eine wichtige Beziehung in der geometrischen Optik ist das Brechungsgesetz nach Snellius

$$n \sin \alpha = n' \sin \alpha' \ , \tag{2.1}$$

welches beschreibt, wie sich die Richtung eines Lichtsrahls an der Grenzfläche zweier homogener Medien, beispielsweise die Grenzfläche zwischen Luft und Glas, ändert. Hierbei ist n bzw. n' der Wert des Brechungsindex und α bzw. α' der Winkel, den der Lichtstrahl mit der optischen Achse einschließt (Abbildung 2.1). Der Brechungsindex

$$n = \frac{c_M}{c_0} \tag{2.2}$$

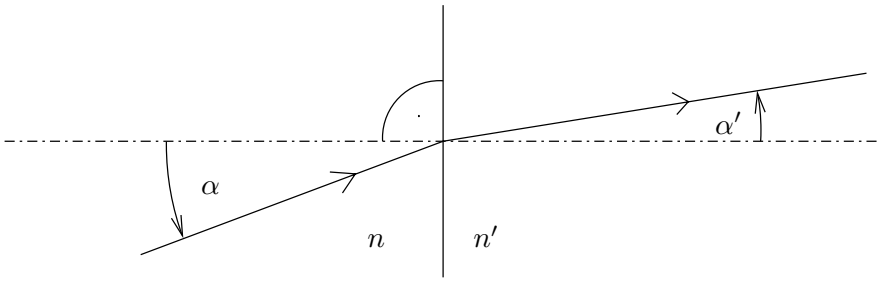

Abbildung 2.1: Ein Lichtstrahl, aus dem Medium mit der Brechzahl n kommend, trifft mit dem Winkel α zum Lot auf das Medium mit der Brechzahl n' und ändert seine Richtung dem Brechungsgesetz entsprechend.

ist das Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes im Medium c_M zur Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0.

Eine weitere wichtige Größe ist der Abbildungsmaßstab

$$\beta' = \frac{y'}{y} \ , \tag{2.3}$$

das Verhältnis zwischen Objektgröße y und Bildgröße y', welche den Abstand eines Punktes von der optischen Achse im Objekt- bzw. Bildraum bezeichnen (Abbildung 2.2).

2.1.1 Paraxiale Näherung

Ein Spezialfall der geometrischen Optik liegt vor, wenn die Winkel der Lichtstrahlen zur optischen Achse klein und die Krümmungsradien der verwendeten Linsen groß sind. In diesem Fall kann man die Taylorreihenentwicklung der Winkelfunktionen

$$\sin\alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \tag{2.4}$$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} \tag{2.5}$$

nach dem ersten Glied abbrechen und erhält die Näherungen

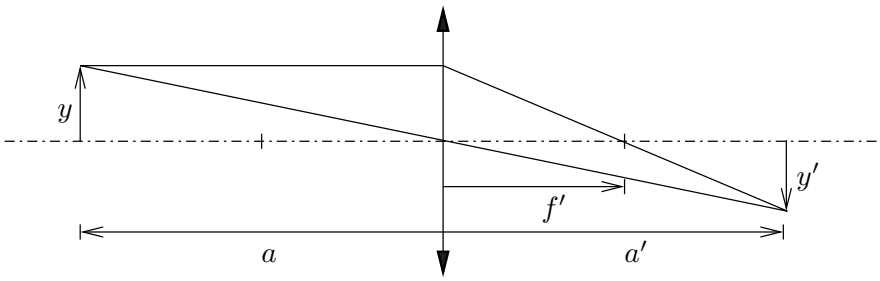

Abbildung 2.2: Ein Objektpunkt mit Abstand y von der optischen Achse wird auf einen Bildpunkt y' abgebildet. Hierbei bezeichnet a die objektseitige Schnittweite, a' die bildseitige Schnittweite und f' die Brennweite der dünnen Linse.

$$\sin\alpha \approx \alpha, \tag{2.6}$$

$$\cos\alpha \approx 1\ . \tag{2.7}$$

Das Argument der Sinusfunktion kann also mit dem Winkel im Bogenmaß ersetzt werden. In paraxialer Näherung lautet das Brechungsgesetz

$$n\alpha = n'\alpha'\ . \tag{2.8}$$

In der paraxialen Näherung werden nur Linsen mit großen Radien, also kleinen Krümmungen betrachtet. Weiterhin wird die Propagation des Lichtstrahls von der ersten zur zweiten Grenzfläche innerhalb der Linse vernachlässigt. In diesem Zusammenhang wird auch vom Modell der *dünnen Linse* gesprochen.

In dieser Näherung lassen sich verschiedene optische Gesetze besonders einfach formulieren. Die Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{a'} - \frac{1}{a} \tag{2.9}$$

verknüpft die Brennweite f' mit den Schnittweiten a und a' für ein einlinsiges System (Abbildung 2.2).

Die numerische Apertur

$$\mathrm{NA} = n \sin\frac{\alpha}{2} \tag{2.10}$$

ist der Sinus des halben Öffnungswinkels α des optischen Systems (Abbildung 2.3). Je größer dieser Akzeptanzwinkel, desto mehr Licht wird vom optischen

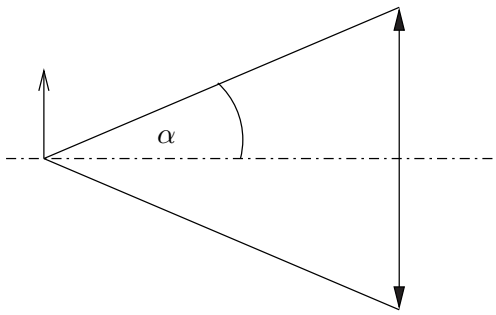

Abbildung 2.3: Die numerische Apertur ist der Sinus des halben Öffnungswinkels α des optischen Systems.

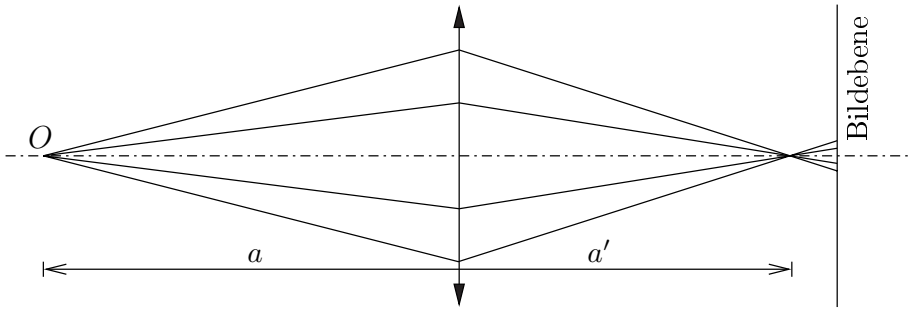

Abbildung 2.4: Der Punkt O wird nicht scharf auf die Bildebene abgebildet, sondern auf einen Streukreis, da die Abbildungsgleichung nicht erfüllt ist.

System von einem Punktstrahler in der Objektebene auf die Bildebene abgebildet.

In der paraxialen Näherung ist das Bild eines Punktes in der Objektebene genau ein Punkt im Bildraum. Bei idealen Abbildungsbedingen, d. h. Gleichung (2.9) ist für den Ort der Objekt- und Bildebene erfüllt, werden geometrische Figuren in ähnliche Figuren überführt. Wird die Bildebene verschoben und ist damit Gleichung (2.9) nicht erfüllt, wird das Bild eines Punktes aus dem Objektraum zu einem Streukreis im Bildraum (Abbildung 2.4). Das Bild ist *defokussiert*.

Die Defokussierung ist der einzige Bildfehler, der bei monochromatischem Licht in der paraxialen Näherung auftreten kann.

2.1.2 Seidelsche Aberrationen

Eine Präzisierung der paraxialen Näherung liegt vor, wenn die Reihenentwicklung der Winkelfunktionen nicht nach dem ersten, sondern nach dem zweiten Glied

$$\sin\alpha \approx \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} \tag{2.11}$$

$$\cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2!} \tag{2.12}$$

abgebrochen wird. Diese Erweiterung resultiert in einer Abweichung von der idealen Abbildung. Bezogen auf die paraxiale Näherung spricht man hierbei von Abbildungsfehlern bzw. Aberrationen. Diese Fehler werden nach dem Mathematiker Ludwig von Seidel *Seidelsche Aberrationen* genannt. Für monochromatisches Licht werden fünf Seidelsche Fehler unterschieden:

- Sphärische Aberration: Öffnungsfehler für Linsen mit sphärischen Flächen,
- Koma: Öffnungsfehler für schiefe Bündel,
- Astigmatismus: unterschiedliche Brennweite für Sagital- und Tangentialstrahlen,
- Bildfeldwölbung: Bildebene liegt auf einer gekrümmten Fläche,
- Verzeichnung: Abbildungsmaßstab abhängig von der Bildhöhe.

Es gelten die folgenden Zusammenhänge für die Abweichung Δy der Position der Bildhöhe in paraxialer und in Seidelscher Näherung:

- sphärische Aberration: $\Delta y \propto r^3$
- Koma: $\Delta y \propto yr^2$
- Astigmatismus: $\Delta y \propto y^2 r$
- Bildfeldwölbung: $\Delta y \propto y^2 r$
- Verzeichnung: $\Delta y \propto y^3$

Hierbei bezeichnet y den projizierten Abstand des Objektpunktes von der optischen Achse und r den Abstand zwischen der optischen Achse und dem Durchstoßpunkt des Strahls mit der Aperturebene des optischen Systems. (Abbildung

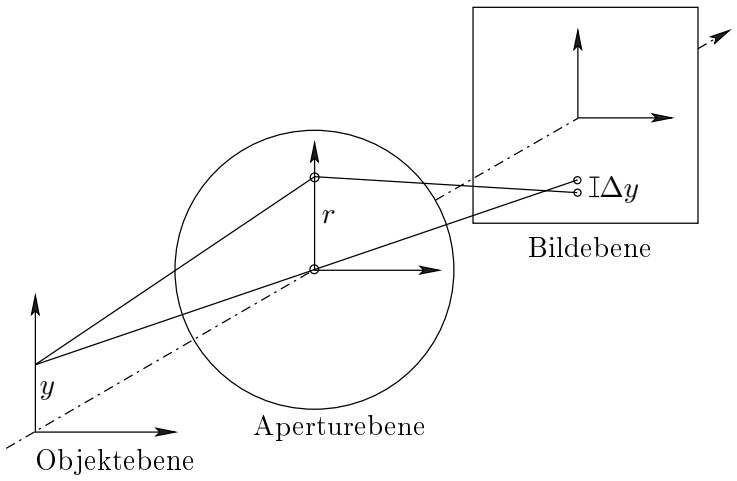

Abbildung 2.5: Die zur Beschreibung der Seidelschen Aberrationen verwendeten Größen.

2.5). Die Summe der Potenzen der Terme y und r ist im Falle der Seidelschen Aberrationen *drei*, weswegen diese auch *Aberrationen 3. Ordnung* genannt werden.

Als einziger Fehler ist die sphärische Aberration nicht abhängig von y, diese tritt also auch für Objektpunkte auf der optischen Achse auf. Alle anderen Aberrationen treten nur für Punkte auf, die nicht auf der optischen Achse liegen.

Die Seidelschen Aberrationen haben zur Konsequenz, daß das Bild eines Objektpunktes in der Bildebene von der Position des Punktes in der Objektebene abhängig ist. Weiterhin ist das Bild eines Punktes in der Objektebene eine Intensitätsverteilung in der Bildebene, deren Form mit der Lage des Objektpunktes variiert. Das ist ein wichtiger Unterschied zur paraxialen Näherung, bei der jeder Punkt, unabhängig von seiner Position im Objektraum, das gleiche Bild erzeugt, d. h. einen Punkt im Bildraum.

Werden für die Näherung der Winkelfunktionen weitere Terme nach Gleichung (2.4) hinzugenommen, führt dies zu Fehlertermen höherer Ordnung. In dieser Arbeit wurden lediglich die Seidelschen Aberrationen beschrieben, da hier nur die Tatsache von Bedeutuntg ist, daß sich das Bild eines Punktes in Abhängigkeit seiner Position in der Objektebene ändert.

2.2 Wellenoptik und Auflösung

Die Wellenoptik ist eine Verallgemeinerung der geometrischen Optik. Für verschwindend kleine Wellenlängen geht die Wellenoptik in die geometrische Optik über [Ped02].

Einige grundlegende optische Phänomene lassen sich mit der Theorie der geometrischen Optik nicht erklären. Dazu zählen insbesondere Interferenz und Beugung. Vor allem das Phänomen der Beugung ist wichtig, um die prinzipielle Grenze der Auflösung optischer Abbildungen zu erklären.

In der Wellenoptik wird Licht als elektromagnetische Welle beschrieben, deren magnetischer Feldstärkevektor $\mathbf{h}$ senkrecht auf dem elektrischen Feldstärkevektor $\mathbf{e}$ steht. Beide stehen senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung $\mathbf{r}$. Es gilt

$$\mathbf{r} = \mathbf{e} \times \mathbf{h} \ . \tag{2.13}$$

Der Vektor $\mathbf{r}$ entspricht hierbei den Lichtstrahlen der geometrischen Optik.

Die grundlegende Gleichung der Wellenoptik ist die Wellengleichung. Sie beschreibt die Änderung der elektrischen und magnetischen Feldstärkevektoren, und berücksichtigt dabei auch die durch Absorption verursachte Dämpfung der Welle. Eine vollständige Beschreibung der optischen Phänomene verlangt eine komplexwertige Brechzahl

$$n_C = n - i\kappa \ , \tag{2.14}$$

wobei n, wie in Gleichung (2.2) angegeben, das Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle im Vakuum zur Geschwindigkeit im Medium beschreibt und κ den Extinktionskoeffizienten, der angibt, wie stark die Amplitude der Welle im Medium abgeschwächt wird.

Für den Fall des sichtbaren Lichts, also für den Wellenlängenbereich von ca. 380 nm – 780 nm, werden meist transparente optische Komponenten aus Glas verwendet, d. h. Materialien, deren Extinktionskoeffizient vernachlässigbar klein ist. In diesem Fall kann zur Beschreibung der optischen Phänomene die homogene Wellengleichung verwendet werden.

Die Beugung ist ein fundamentaler physikalischer Prozess. Für klassische optische Systeme ist die beste erreichbare Auflösung gegeben durch die Beugungsgrenze. Um zwei mit gleicher Intensität strahlende Punkte noch mit hinreichend

gutem Kontrast auflösen zu können, darf nach dem Rayleighschen Auflösungskriterium ihr Abstand nicht größer sein als

$$y_{min} = 0.61 \frac{\lambda}{\mathrm{NA}} \ . \tag{2.15}$$

Dabei ist λ die Wellenlänge der Strahlung und NA die numerische Apertur des optischen Systems nach Gleichung (2.10). Dies rührt daher, daß die Intensitätsverteilung des Beugungsmusters einer kreisrunden Apertur, wie sie in realen optischen Systemen verwendet wird, eine sogenannte Airy-disk ist. Dabei gilt für die bildseitige Intesitätverteilung

$$I(x') = \left(2\frac{J_1(x')}{x'}\right)^2 \ , \tag{2.16}$$

wobei $J_1(x')$ die Besselfunktion 1. Ordnung bezeichnet. Es gilt

$$x'(r') = \frac{2\pi R r'}{\lambda f'} \ , \tag{2.17}$$

mit dem Radius R der beugenden Öffnung, der Wellenlänge λ der Strahlung und der Brennweite f' des optischen Systems.

Damit hängt der kleinste auflösbare Abstand nur von der Wellenlänge der verwendeten Strahlung und dem Akzeptanzwinkel des optischen Systems ab. y_{min} ist dabei so gewählt, daß das Maximum der ersten Airy-disk mit der Nullstelle der zweiten Airy-disk zusammenfällt (Abbildung 2.6).

Das Rayleighsche Auflösungskriterium beschreibt die Auflösungsgrenze für den Fall, daß das verwendete Licht inkohärent ist. Wird kohärentes Licht verwendet, ist der kleinste auflösbare Abstand zweier Punkte nach Abbe durch

$$y_{min} = \frac{\lambda}{\mathrm{NA}}. \tag{2.18}$$

gegeben.

2.3 Rauschen

Bei der Detektion elektromagnetischer Strahlung mit Halbleiter-Bildsensoren muß Rauschen berücksichtigt werden. Der registrierte Grauwert unterliegt bei konstanter Bestrahlungsstärke statistischen Schwankungen. Damit enthält die

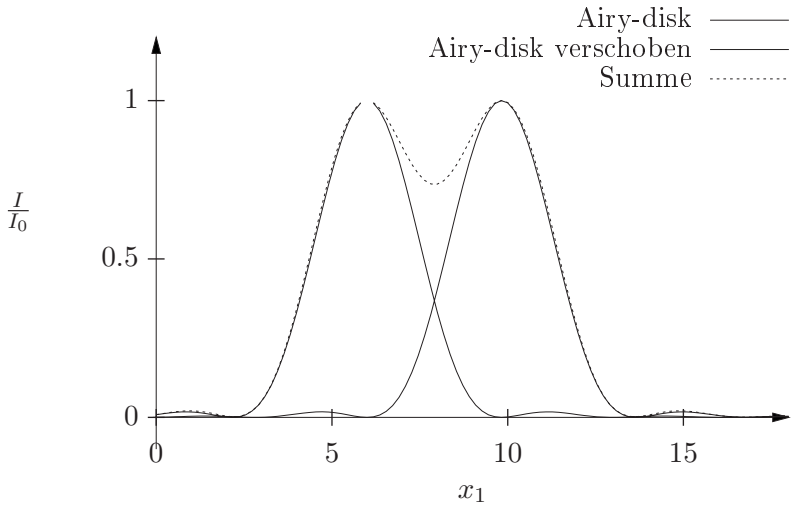

Abbildung 2.6: Schnitt durch die Intensitätsverteilungen zweier Airy-disks mit Abstand y_{min}. Die gestrichelte Linie ist die Summe der Intensitäten.

Bildaufnahme eine Zufallskomponente. Für die verwendeten digitalen Flächendetektoren sind insbesondere zwei Arten von Rauschen von Bedeutung,

- thermisches Rauschen und
- Photenenrauschen.

Thermisches Rauschen entsteht durch die Erzeugung freier Elektronen im Leitungsband, hervorgerufen durch die Zuführung thermischer Energie im Halbleiterelement. Das so erzeugte Rauschsignal, welches das eigentliche Bildsignal überlagert, hängt von der Temperatur des Halbleiters ab, ist aber unabhängig von der Bestrahlungsstärke.

Wegen der zufälligen Natur des Photonenstroms wird bei jeder Belichtung mit konstanter Bestrahlungsstärke eine etwas unterschiedliche Anzahl Photonen auf einem Sensorelement auftreffen, wobei der mittlere Photonenstrom durch

$$\Phi = \frac{N_P}{\Delta t} \tag{2.19}$$

gegeben ist. Die Zeitpunkte des Auftreffens der Photonen sind voneinander unabhängig. In jeder Zeiteinheit Δt wird auf einem Element des Bildsensors eine Poisson-verteilte Anzahl von Photonen mit der Intensität N_P auftreffen. Dies wird als Photonenrauschen bezeichnet. Die Poissonverteilung einer diskreten Zufallsvariablen X ist durch

$$P(X = k) = \frac{N_P^k}{k!} \cdot e^{-N_P} \ , \qquad k \in \mathbb{N}_0,\, N_P > 0 \ , \tag{2.20}$$

gegeben. Die Poissonverteilung hängt nur von der mittleren Anzahl der Ereignisse N_P ab. Die Zufallsvariable X hat den Erwartungswert $\mu = N_P$ und die Varianz $\sigma^2 = N_P$. Die Standardabweichung σ ist nicht konstant, sondern proportional zur Wurzel der Anzahl der Ereignisse. Daraus folgt, daß das Photonenrauschen signalabhängig ist.

Zeitlich disjunkte Belichtungen sind statistisch unabhängige Ereignisse. Bilder, die mit identischen Aufnahmeparametern, aber zu unterschiedlichen Zeiten aufgenommen wurden, stellen Realisierungen unabhängiger Zufallsvariablen dar. Es ist also möglich, die Standardabweichung des Rauschens zu verringern, wenn von einer Szene mehrere Bilder aufgenommen und diese anschließend gemittelt werden.

Die Poissonverteilung kann – für eine hinreichend große Anzahl Ereignisse – durch eine Normalverteilung genähert werden, welche durch

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \tag{2.21}$$

gegeben ist. Wird diese Näherung verwendet, gilt $\mu = N_P$ und $\sigma = \sqrt{N_P}$.

Nicht jedes auf den Detektor einfallende Photon löst ein Elektron aus. Das Verhältnis

$$\eta = \frac{N_e}{N_P} \tag{2.22}$$

wird als Quantenausbeute bezeichnet, wobei N_P die Anzahl einfallender Photonen und N_e die Anzahl ausgelöster Elektronen ist. Ein einfaches Rauschmodell eines digitalen Flächendetektors ist durch [Jä02]

$$\sigma_g^2 = \sigma_0^2 + \sigma_P^2 = \sigma_0^2 + \alpha g_P \tag{2.23}$$

gegeben. Dabei ist g_P der gemessene Grauwert und σ_g^2 dessen Varianz. Die Konstante α ist der Verstärkungsfaktor der Elektronik in Bits/Elektronen. Die Rauschterme der Auslese- und Verstärkerelektronik sowie das thermische Rauschen sind in erster Näherung normalverteilt und unabhängig vom Photonenrauschen. Diese Größen werden zum Term σ_0^2 zusammengefasst.

2.4 Lineare Systemtheorie

Ein wichtiges Werkzeug, um die Vorgänge bei der Bildaufnahme in einem elektrooptischen System zu beschreiben, ist die Systemtheorie. Die Systemtheorie stellt in dieser Arbeit auch den Schlüssel zu einer Bildrestauration mittels Entfaltung dar. Für die vorliegende Arbeit ist eine Beschränkung auf lineare Systeme zur quantitativen Beschreibung der Bildaufnahme ausreichend.

In optischen Systemen erzeugt eine räumliche Intensitätsverteilung $f(\mathbf{x})$ im Objektraum eine Intensitätsverteilung $g(\mathbf{x})$ im Bildraum. Die Abbildung geschieht mittels eines Abbildungsoperators H. Ist die Bildgebung ein linearer Prozeß, d. h. gilt für den Operator H die Beziehung

$$H\left[a_i f_i(\mathbf{x}) + a_j f_j(\mathbf{x})\right] = a_i H\left[f_i(\mathbf{x})\right] + a_j H\left[f_j(\mathbf{x})\right] \ , \tag{2.24}$$

kann das Objekt gedanklich in Punkte zerlegt werden. Jeder Punkt wird mit einer Intensitätsverteilung k auf die Bildebene abgebildet. Die resultierende Intensitätsverteilung in der Bildebene ist eine Superposition aller durch das System abgbildeten Punkte des Objekts. Es gilt

$$g(\mathbf{x}) = \int\limits_{\mathbb{R}_2} k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' \ , \tag{2.25}$$

wobei $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ und $\mathbf{x}' = (x_1', x_2')$. Die Funktion $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ heißt *Impulsantwort* oder *point spread function* (PSF) des optischen Systems.

Die Aufteilung des Objekts in Punkte läßt sich symbolisch als Multiplikation der Objektfunktion $f(\mathbf{x})$ mit der Diracschen Delta-Distribution

$$a(\mathbf{x}') = f(\mathbf{x}') \cdot \delta(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \ , \tag{2.26}$$

schreiben, wobei für $\delta(\mathbf{x})$ und eine geeignete Funktion $z(\mathbf{x})$

$$\int\limits_{\mathbb{R}_2} z(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') dx = z(\mathbf{x}') \tag{2.27}$$

gilt. Ferner gilt

$$\int\limits_{\mathbb{R}_2} \delta(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1 \ . \tag{2.28}$$

Wird in Gleichung (2.25) für die Objektfunktion $f(\mathbf{x}')$ die Delta-Distribution $\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')$ eingesetzt, so erhält man

$$g(\mathbf{x}) = k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \ . \tag{2.29}$$

In dieser allgemeinen Darstellung kann die Antwort des Systems vom Ort des Eingangssignals abhängen. Anschaulich ausgedrückt bedeutet dies, daß die PSF abhängig ist vom Ort, von dem der Impuls ausgesandt wurde.

Um das Bild in einem digitalen Rechner weiterzuverarbeiten, wird die Intensitätsverteilung mit einem Detektor registriert. Dies führt bei der Aufnahme zu Rauschen, wie in Abschnitt 2.3 diskutiert, so daß Gleichung (2.25) um einen additiven Rauschterm $n(\mathbf{x})$

$$g(\mathbf{x}) = \int\limits_{\mathbb{R}_2} k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' + n(\mathbf{x}) \tag{2.30}$$

erweitert wird. Der Term $n(\mathbf{x})$ ist die Realisierung einer Zufallsvariablen mit den in Gleichung (2.23) gegebenen Eigenschaften.

Ist die PSF des optischen Systems nicht vom Ort $\mathbf{x}$ abhängig, also invariant bezüglich einer Translation

$$k(\mathbf{x}) = k(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \ , \tag{2.31}$$

so vereinfacht sich Gleichung (2.30) zu einer Faltung

$$g(\mathbf{x}) = \int\limits_{\mathbb{R}_2} k(\mathbf{x}-\mathbf{x}') f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' + n(\mathbf{x}) \ , \tag{2.32}$$

wofür abkürzend

$$g(\mathbf{x}) = (k * f)(\mathbf{x}) + n(\mathbf{x}) \tag{2.33}$$

geschrieben wird.

Die Fourier-Transformierte von $k(\mathbf{x})$

$$K(\mathbf{u}) = \int\limits_{\mathbb{R}_2} k(\mathbf{x}) \exp\left(-2\pi \mathrm{i} \mathbf{u}\mathbf{x}\right) d\mathbf{x} = \mathrm{OTF}(\mathbf{u}) \tag{2.34}$$

ist die optische Übertragungsfunktion des abbildenden Systems. Die Fourier-Transformierte einer Funktion wird im folgenden durch einen Großbuchstaben der zu transformierenden Funktion angedeutet, d. h. $\mathcal{F}(f) = F$.

Sowohl die PSF als auch die OTF beschreiben im Falle eines linearen Systems die Abbildung vollständig. Ist die PSF bzw. OTF eines abbildenden Systems bekannt, so ist es möglich, den Einfluß des optischen Systems bei Abbildung einer beliebigen Intensitätsverteilung zu beschreiben. Die Anwendung des Faltungstheorems liefert als Fourier-Transformierte von Gleichung (2.33)

$$G(\mathbf{u}) = \mathrm{OTF}(\mathbf{u}) \cdot F(\mathbf{u}) + N(\mathbf{u}) \ . \tag{2.35}$$

2.5 Bildakquisition

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann gesagt werden, daß die Bildaufnahme drei wichtige Aspekte umfasst [Jä02]:

- Geometrie: In welcher Weise werden Objektkoordinaten in Bildkoordinaten transformiert?
- Radiometrie: Wie wird vom Objekt ausgehende Strahlung im Bild wiedergegeben?
- Digitalisierung: Was geschieht bei der Umwandlung des Bildes in eine Matrix von Zahlenwerten?

Ein Bildaufnahmeschema, daß sich für die hochauflösende Bildgebung an einem Synchrotron etabliert hat, ist die indirekte Röntgenstrahlungsdetektion. Dabei durchdringt die Röntgenstrahlung die Probe und wird nach dem Lambert-Beerschen Schwächungsgesetz

$$I(x) = I_0 \exp\left(-\int \mu(x) dx\right) \tag{2.36}$$

abgeschwächt. Dabei ist x die im Medium mit Schwächungskoeffizient μ zurückgelegte Strecke, und I_0 die Intensität des Eingangsstrahls. Die Strahlung wird anschließend von einem Szintillator in sichtbares Licht umgewandelt. Dieses Leuchtbild wird durch eine Mikroskopoptik auf einem digitalen Flächendetekor vergrößert abgebildet und so detektiert [BB96]. Der Vollständigkeit halber soll an dieser Stelle noch darauf hingewiesen werden, daß es außer der Bildgebung durch Schwächung noch weitere Kontrastmechanismen wie z. B. den Phasenkontrast gibt. Für die vorliegende Arbeit ist allerdings nur die Schwächung der Strahlung relevant. Abbildung 2.7 zeigt den schematischen Strahlengang eines solchen indirekten Röntgenpixeldetektors.

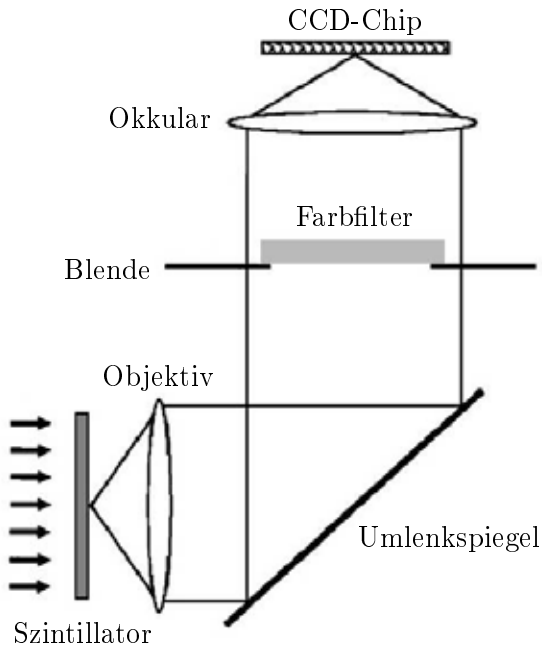

Abbildung 2.7: Schematischer Strahlengang des Detektors. Röntgenstrahlung passiert den Szintillator und wird dabei in sichtbares Licht umgewandelt, welches durch ein Linsensystem auf den CCD-Chip abgebildet wird [BB96].

Bei der indirekten Detektion bestimmt im wesentlichen die Mikroskopoptik die Geometrie der Bildaufnahme. Das Bild entsteht nach den Gesetzen der geometrischen Optik. Die Radiometrie wird bestimmt durch den Szintillator und den verwendeten Flächendetektor. Bei einem CCD-Chip ist das Ausgangssignal in erster Näherung linear zur Bestrahlungsstärke. Derweil hängt die Digitalisierung nur vom verwendeten Flächendetektor und der verwendeten Elektronik ab.

Der Bildaufnahmeprozeß kann mithilfe der linearen Systemtheorie modelliert werden, wie in Abschnitt 2.4 dargelegt wurde. Um die Diskretisierung bzw. Digitalisierung zu beschreiben, muß das Modell noch um diese Aspekte erweitert werden.

Die auf den Detektor auftreffende Intensität wird digitalisiert, d. h. an definierten Punkten eines diskreten Gitters abgetastet. Bei einem rechteckigen Gitter $\mathbf{r}(\mathbf{m})$ sind diese Punkte durch

$$\mathbf{r}(\mathbf{m}) = \begin{pmatrix} m_1 \Delta x_1 \\ m_2 \Delta x_2 \end{pmatrix} \qquad m_1, m_2 \in \mathbb{Z}, \tag{2.37}$$

gegeben [Jä02], wobei die Abstände der Gitterpunkte mit Δx_1 und Δx_2 bezeichnet werden. Die Intensität wird in einem kleinen Bereich detektiert, der um diese Punkte liegt. Dieser Bereich entspricht der lichtempfindlichen Fläche eines Sensorelements. Innerhalb eines solchen Detektorelements können keine Variationen der Intensität detektiert werden, es liegt nur die Information über die mittlere Intensität vor.

Die Abtastung läßt sich mathematisch als Multiplikation der Intensität mit einem zweidimensionalen Dirac-Kamm beschreiben. Es gilt

$$g_a(\mathbf{x}') = \int\limits_{\mathbb{R}_2} f(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{r}(\mathbf{x}')) d\mathbf{x} \ . \tag{2.38}$$

Da $\mathbf{r}(\mathbf{x}')$ nur auf diskreten Werten erklärt ist, ist $g_a(\mathbf{x}')$ ebenfalls nur auf diskreten Werten erklärt. Aus dieser Intensitätsverteilung wird mit dem Flächendetektor ein rechteckiger Bereich selektiert, der durch die Größe des verwendeten Detektors

$$g_b(x_1, x_2) = g_a(x_1, x_2) \mathrm{rect}\left(\frac{x_1}{b_1}, \frac{x_2}{b_2}\right) \tag{2.39}$$

vorgegeben ist, wobei

$$\mathrm{rect}(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{für} \qquad |x_1| \leq \frac{1}{2}, |x_2| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{2.40}$$

die Rechteckfunktion und (b_1, b_2) die Größe des Detektors bezeichnet.

Wichtig in diesem Zusammenhang ist das Abtasttheorem (Nyquist (1928) bzw. Shannon (1949)). Es besagt, daß eine kontinuierliche Funktion vollständig aus den abgetasteten Werten rekonstruiert werden kann, falls die Abtastfrequenz $f_{sampling}$ der bandbegrenzten Funktion mindestens doppelt so groß ist wie die größte in der Funktion auftretenden Frequenz f_{max}, also

$$f_{sampling} > 2 f_{max} \ . \tag{2.41}$$

Kapitel 3

Bestimmung der PSF

Es gibt verschiedene Methoden, die PSF eines abbildenden Systems zu bestimmen. Die direkte Methode besteht darin, einen Punkt abzubilden. Dieses Verfahren wird häufig in der Astronomie eingesetzt. Die dort beobachteten Himmelskörper haben aufgrund ihres großen Abstandes vom Beobachter in guter Näherung die Winkelausdehnung null, sodaß das beobachtete Objekt einen δ-förmigen Impuls darstellt. Das Bild des Himmelskörpers ist das Beugungsmuster der Apertur des optischen Systems, also per Definition die PSF des Systems.

Weiterhin kann die Impulsantwort durch die Abbildung einer Linie bestimmt werden. Eine Linie ist eine Aneinanderreihung von Punkten derart, daß in der Ebene für die Koordinaten (x_1, x_2) der Punkte die Bedingung

$$0 = x_1 \cos\theta + x_2 \sin\theta - r \tag{3.1}$$

erfüllt ist. Die Größe r ist der gerichtete Abstand der Geraden vom Koordinatenursprung, und θ der Winkel zwischen dem Normalenvektor und der x_1-Achse.

Mit der δ-Distribution läßt sich eine Linie in der Ebene *parametrisieren*. Es gilt

$$f(x_1, x_2) = \delta(x_1 \cos\theta + x_2 \sin\theta - r) \ . \tag{3.2}$$

Es wird im folgenden eine Linie betrachtet, die entlang der x_2-Achse verläuft, d. h. es gilt $x_2 = \theta = r = 0$. Eine solche Linie hat die Form

$$f(\mathbf{x}) = \delta(x_1) 1(x_1 = 0) \ . \tag{3.3}$$

Der Ausdruck $1(x_1 = 1)$ ist die charakteristische Funktion und liefert eine *eins* zurück, wenn ihr Argument wahr ist. Die gewählte Orientierung der Linie ist in diesem Fall keine Beschränkung der Allgemeinheit, da eine solche Orientierung immer durch Drehung und Verschiebung des Koordinatensystems erzeugt werden kann.

Wird ein kleiner Bildbereich betrachtet, in dem die Variation der PSF so klein ist, daß sie als konstant angenommen werden kann, so entsteht das Bild einer Linie durch Faltung

$$g(\mathbf{x}) = [\delta(x_1)1(x_1 = 0)] * \mathrm{PSF}(\mathbf{x}) = \mathrm{LSF}(\mathbf{x}) \tag{3.4}$$

mit der PSF. Ein solcher Bereich wird *isoplanatischer Bereich* genannt.

Die bei der Abbildung einer Linie entstehende Intensitätsverteilung $LSF(\mathbf{x})$ ist die *Projektion* der PSF in x_2-Richtung und wird *line spread function* genannt, für die

$$g(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{PSF}(x_1, x_2 - x_2')dx_2' = \mathrm{LSF}(x_1) \tag{3.5}$$

gilt. Die Intensität der LSF hängt nicht von x_2 ab, da die Linie nicht von x_2 abhängt, d. h. bei gegebenem Abstand x_1 von der x_2-Achse ist die Intensität konstant. Abbildung 3.1 verdeutlicht die geometrischen Zusammenhänge.

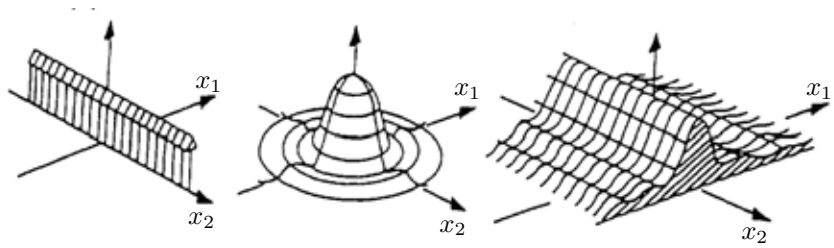

Abbildung 3.1: Die LSF entsteht durch Faltung einer Linie mit der PSF. Die Intensitätsverteilung hängt nur von einer Koordinate ab [Bor97].

Ein eindimensionaler Schnitt durch die OTF läßt sich durch Fourier-Transformation der LSF berechnen, d. h.

$$\mathrm{OTF}(u_1, 0) = \mathcal{F}(\mathrm{LSF}(x_1)) \ . \tag{3.6}$$

Da die OTF die Fourier-Transformierte der PSF ist, gilt dementsprechend

$$\mathrm{PSF}(x_1, 0) = \mathcal{F}^{-1}(\mathrm{OTF}(u_1, 0)) \ . \tag{3.7}$$

Auf diese Weise ist die vollständige Bestimmung der PSF also nur möglich, wenn für alle Richtungen eine Linie abgebildet wird. Dies entspricht einer Projektion ρ der PSF [Wei02] in alle Richtungen θ. Es gilt

$$g(\rho, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{PSF}(x_1, x_2)\delta(x_1 \cos(\theta) + x_2 \sin\theta - \rho)\, dx_1\, dx_2 \ . \tag{3.8}$$

Dies ist die *Radon-Transformation* der PSF. Werden die Projektionen $g(\rho)$ über die Winkel θ) visualisiert, spricht man von einem *Sinogramm*.

Es ist möglich, die Radontransformation mittels gefilterter Rückprojektion zu invertieren [KS88], also

$$\mathrm{PSF}(x_1, x_2) = \int_{0}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\omega| G(\omega, \theta) exp\left(2\pi i \omega (x_1 \cos(\theta) + x_2 \sin\theta)\right)\ d\omega\ d\theta \ . \tag{3.9}$$

$G(\omega, \theta)$ ist die Fourier-Transformation des Sinogramms in Richtung ρ. Der Ausdruck $|\omega|$ ist das sogenannte *RamLak*-Filter [RL71] das für eine korrekte Rekonstruktion verwendet werden muß. Dies liegt daran, daß die Dichte der Projektionsstrahlen im Zentrum höher ist als in den Randbereichen. Aufgrund der Radialsymmetrie fällt die Dichte der Projektionsstrahlen um den Faktor $|1/\omega|$ nach außen ab [Jä02], weswegen vor der Rückprojektion $G(\omega, \theta)$ um genau diesen Faktor korrigiert werden muß.

Die Abbildung einer Linie wird technisch über die Abbildung eines Spaltes mit dem optischen System realisiert. Wegen der endlichen Spaltbreite muß das entstehende Intensitätsprofil allerdings korrigiert werden [KRSS98], indem das Intensitätsprofil mit einer Rechteckfunktion entfaltet wird, die die Breite des verwendeten Spaltes besitzt.

Eine weitere Möglichkeit die PSF zu bestimmen, ist die Abbildung einer Kante. Das Bild einer Kante entsteht durch Faltung der PSF mit der Sprungfunktion. Es gilt

$$\mathrm{ESF}(x_1) = \mathrm{PSF}(\mathbf{x}) * h(x_1) \ , \tag{3.10}$$

wobei

$$h(x_1) = \begin{cases} 1 & \text{für } x_1 > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{3.11}$$

Die Heaviside-Sprungfunktion bezeichnet.

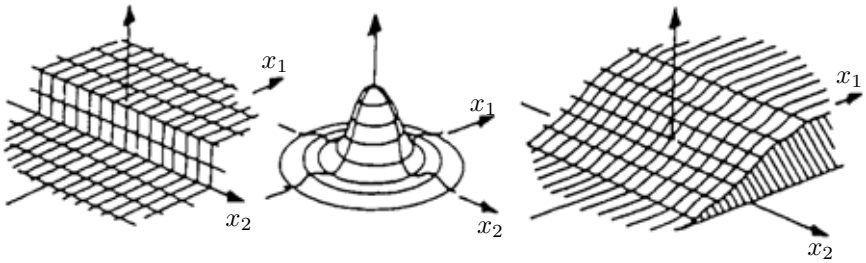

Abbildung 3.2: Die ESF entsteht durch Faltung der PSF mit der Sprungfunktion [Bor97]

Dabei ist ESF(x_1) die Kantenübertragungsfunktion (edge spred function, ESF). Aus dem Intensitätsverlauf orthogonal zur Kante kann durch Ableitung die LSF bestimt werden [Bor97], d. h.

$$\text{LSF}(x) = \frac{d}{dx}\text{ESF}(x) \ . \tag{3.12}$$

Bei dieser Methode entfällt die Nachbearbeitung des Intensitätsverlaufs, da kein realer Spalt verwendet wurde. Die weitere Auswertung erfolgt dann analog zu der einer Linie. Diese Methode is technisch einfacher zu realisieren, da die Herstellung einer präzisen Kante weniger aufwendig ist als die eines Spaltes. Dieses Verfahren ist wegen der Ableitung des Intensitätsprofils allerdings empfindlich gegen Rauschen, da dies durch die Ableitung verstärkt wird. Es müssen also geeignete Maßnahmen ergriffen werden, um das Rauschen so gering wie möglich zu halten.

Aus Gleichung (3.8) folgt, daß durch Abbildung einer Linie bzw. einer Kante mit unterschiedlichen Orientierungen die vollständige PSF bestimmt werden kann, falls die Geraden, die durch die Linie bzw. Kante definiert werden, einen gemeinsamen Schnittpunkt besitzen. Diese Verfahren bieten also die Möglichkeit, die PSF an eben diesem Schnittpunkt zu bestimmen. Es ist damit folglich auch möglich, die *Variation* der PSF über das Bildfeld zu bestimmen, wenn an mehreren Orten im Bild die Abbildung einer Kante in mehrere Richtungen vorliegt.

3.1 Experimenteller Aufbau

Wie bereits dargelegt, spricht die einfache technische Realisierbarkeit einer Kante für ein Meßverfahren mittels ESF. Verwendet wurde ein einkristalliner, rechteckiger Wolframkristall mit polierter Kante. Der Kristall wurde hergestellt von der Firma Mateck in Jülich.

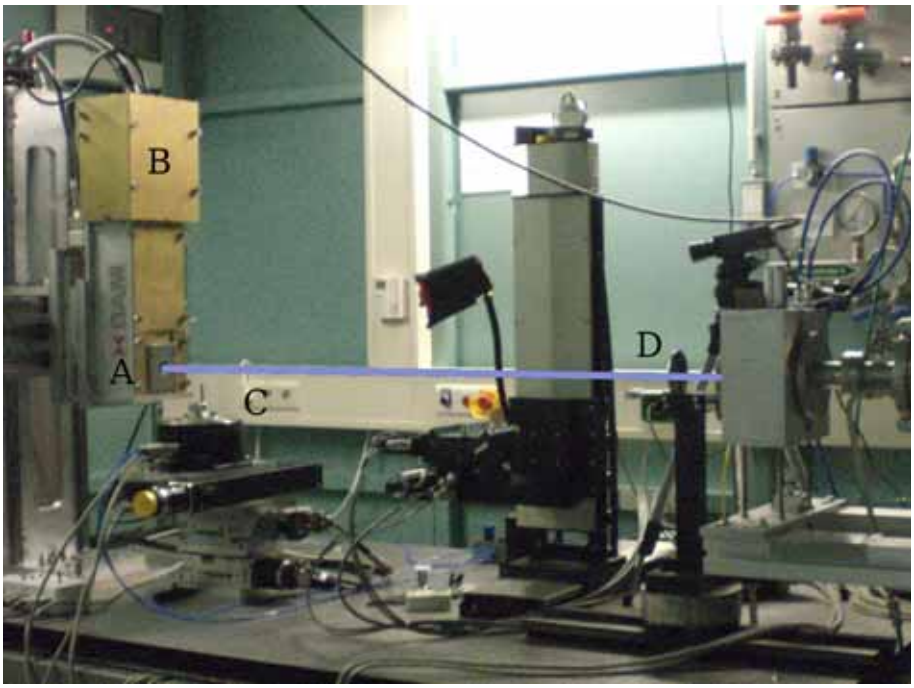

Abbildung 3.3: Der experimentelle Aufbau. Der Strahl ist blau markiert. A: Szintillator, B: Kamera, C: Translationstisch, D: Siliziumfilter

Der Kristall wurde in eine Halterung eingespannt, die senkrecht zum Strahl auf einem motorisierten Translationstisch montiert wurde. So konnte die die Kante ungehindert durch das gesamte Bildfeld gefahren werden. Die Kante wurde in äquidistanten Abständen im Bildfeld positioniert. Von jeder Kantenposition wurden 15 Bilder aufgenommen, um anschließend das Signal-Rausch-Verhältnis durch Mittelung korrespondierender Bilder zu verbessern.

Eine Kante aus Wolfram wurde verwendet, weil dieses Material eine hohe Dichte und damit eine sehr starke Absorption aufweist. Auf diese Weise wurde sichergestellt, daß nur ein vernachlässigbar kleiner Anteil der Strahlung durch das Material hindurchtritt. Wie Abbildung 3.4 zeigt, kann bei Verwendung einer teildurchlässigen Kante gestreute Strahlung zu einer Verfälschung des Kantenprofils führen. Dies hätte eine verfälschte Bestimmung der PSF zum Resultat.

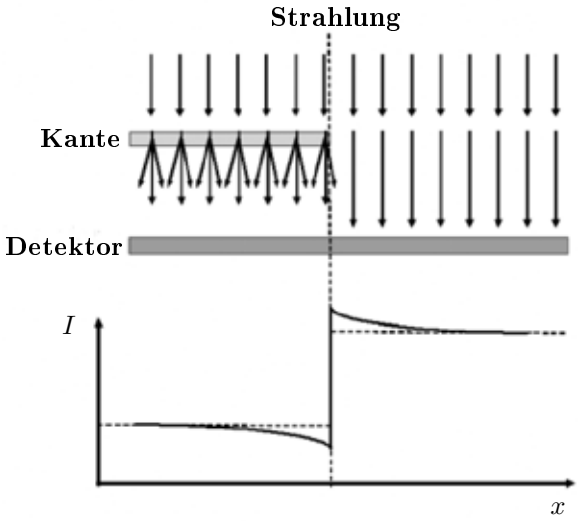

Abbildung 3.4: Kantenüberhöhung bei Verwendung einer teildurchlässigen Kante [IBGKN05]

Die gestreute Strahlung würde im Bildbereich direkt neben der Kante eine größere Intensität erzeugen, was eine Kantenüberhöhung zur Folge hätte [IBGKN05].

Es wurden vier Kantenrichtungen vermessen: horizontal, vertikal und die beiden Diagonalen. Da die Rotation der Kante nicht motorisiert werden konnte, wurde eine Halterung eingesetzt, deren Ecken im Winkel von 45° abgeschnitten waren. Auf diese Weise konnte die Kante mit hoher Genaugkeit relativ zur Grundposition ausgerichtet werden. Zunächst wurde die Kante in horizontaler und vertikaler Richtung durch das Bild bewegt. Durch die Schnittpunkte der Kanten wurden die Positionen vorgegeben, an der die beiden Diagonalen im weiteren Verlauf der Meßung positioniert werden mußten.

Die von der Synchrotronquelle emittierte Strahlung ist breitbandig, der maximale Photonenfluß mit 4 mm einkristallinem Silizium als Vorfilter liegt bei einer Energie von ca. 30 keV (Abbildung 3.5). Das Silizium filtert die niederenergetische Strahlung aus und reduziert die Hitzelast auf dem Szintillator.

Das verwendete Detektorsystem bestand aus einen Cadmium-Wolframat-Szintillator ($CdWO_4$), dessen Wellenlängenemissionsmaximum bei ca. 495 nm liegt [RZM+]. Das vom Szintillator erzeugte Licht wurde mittels eines zweistufigen optischen Systems auf einen CCD-Chip abgebildet. Die verwendete Kamera war die PCO.4000 der Firma PCO, mit 4008×2672 Pixeln. Der Abstand benachbarter Pixel beträgt 9 µm. Der CCD-Chip ist vom Modell KAI-11000 der Firma Kodak. Zur Reduktion des Dunkelstroms wurde der Chip auf eine Temperatur

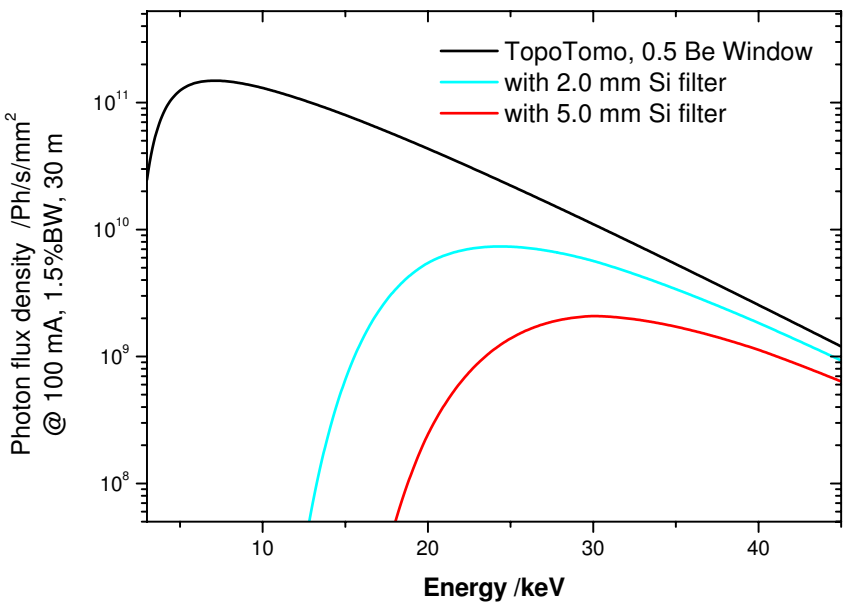

Abbildung 3.5: Photonenfluß in Abhängigkeit der Photonenenergie an der Topo-Tomo-Beamline für unterschiedlich dicke Siliziumfilter. Die schwarze Kurve zeigt den Fluß ohne Filter, nur mit dem Beryllium-Austrittsfenster.

von -13 °C gekühlt.

Das optische System besteht aus dem Objektiv TV-Heligon der Firma Rodenstock mit einer Brennweite $f = 50\,\mathrm{mm}$ und einer Blendenzahl $k = 1,1$. Das verwendete Okkular ist das Nikon Nikkor, $f = 180\,\mathrm{mm}$, $k = 2,8$. Der effektive Abbildungsmaßstab $1/\beta'$ beträgt 3.6. Die projizierte Größe eines Pixels im Objektraum beträgt also 2.5 µm, und das Gesichtsfeld hat eine Ausdehnung von $10\,\mathrm{mm} \times 6.7\,\mathrm{mm}$.

3.2 Auswertung der Meßdaten

Die aufgenommenen Bilder weisen Inhomogenitäten in der Beleuchtung auf. Aus diesem Grund wurden die Kantenbilder zunächst hell- und dunkelfeldkorrigiert. Die korrigierten Bilder $g(\mathbf{x})$ lassen sich mit

$$g(\mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x}) - d(\mathbf{x})}{h(\mathbf{x}) - d(\mathbf{x})} \tag{3.13}$$

bestimmen. Diese Operation wird auch als zwei-Punkt-Kalibrierung [Jä02] bezeichnet. Dabei ist $d(\mathbf{x})$ das Dunkelfeldbild, das entsteht, wenn kein Licht auf den Detektor fällt, $h(\mathbf{x})$ ist das Bild bei voller Ausleuchtung. Wichtig ist, daß die

Hell- und Dunkelfeldbilder mit derselben Belichtungszeit aufgenommen werden, wie die Bilder $f(\mathbf{x})$ der Kanten. Dies ligt daran, daß der Grauwert des Dunkelfeldbildes proportional zu den während der Integrationszeit akkumulierten Ladungen ist. Abbildung 3.2 zeigt das Bild vor und nach der Korrektur.

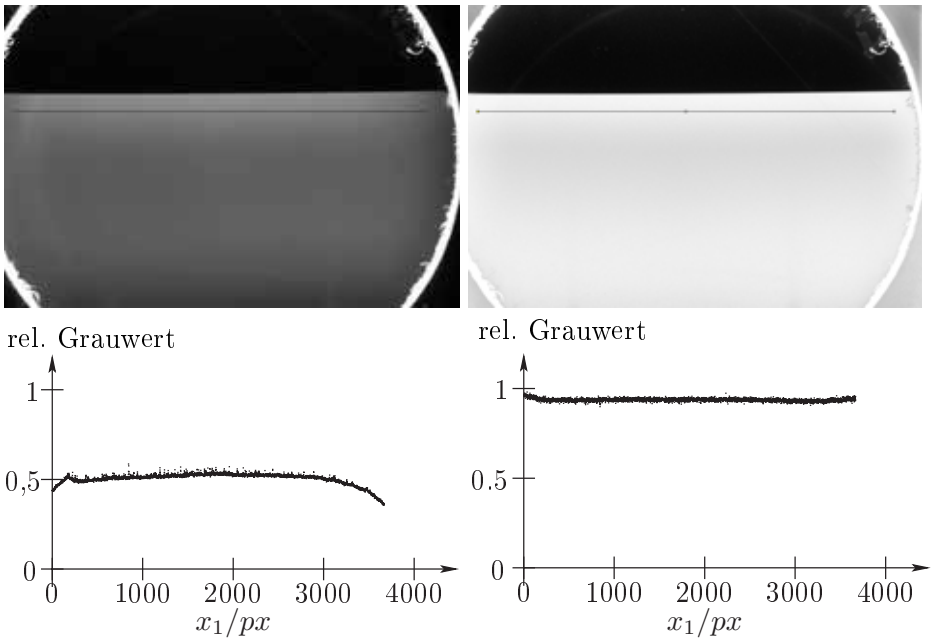

Abbildung 3.6: Links: Bild vor zwei-Punkt Kalibrierung und Grauwertprofil durch die markierte Zeile. Rechts: Bild nach zwei-Punkt Kalibrierung.

Die Intensität des Strahls ist an einem Synchrotron nicht konstant, sondern nimmt mit der Zeit ab. Das liegt daran, daß die Speicherung der Elektronon im Speicherring nicht verlustfrei möglich ist. Für Meßungen, die über eine längere Zeit durchgeführt werden, muß dieser Umstand berücksichtigt werden. Die Hellfeldbilder wurden direkt vor und nach der Meßung aufgenommen.Dies ermöglicht es, bei der Hellfeldkorrektur die kontinuierlich abnehmende Intensität des Strahls zu berücksichtigen, indem beispielsweise zwischen den Grauwerten der Hellfeldbilder vor und nach der Meßung linear interpoliert wird. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die erste Hälfte der Bilder mit dem Hellfeld vor der Messung und die zweite Hälfte mit den Hellfeldbildern nach der Messung zu korrigieren. Zur Korrektur wurde die lineare Interpolation verwendet.

Nach dieser Korrektur wurden die Bilder identischer Kantenpositionen gemittelt, um das Signal-Rauschverhältnis zu verbessern, wie in Abschnitt 3.1 diskutiert. Wie in Abschnitt 2.3 dargelegt, stellen unterschiedliche Belichtungen derselben Szene Realisierungen unabhängiger Zufallsvariblen dar, das Ensemble-

Mittel

$$g(\mathbf{x}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f_i(\mathbf{x}) \tag{3.14}$$

erlaubt also eine Reduktion des Rauschens um den Faktor n^{-1} [Jä02], wobei n die Anzahl der Bilder ist.

Um die Kanten zu finden, wurden zunächst die Bilder logarithmiert. Dies hat zu Konsequenz, daß der helle Ring, der in Abbildung 3.2 zu sehen ist, den Grauwert null erhält. Dies vereinfacht die weitergehende Auswertung. Grauwertsprünge lassen sich durch Bilden des Betrags des Gradientenvektors

$$|\nabla\mathbf{f}(\mathbf{x})| = \sqrt{\nabla\mathbf{f}(\mathbf{x})^T \cdot \nabla\mathbf{f}(\mathbf{x})} \tag{3.15}$$

bestimmen, wobei $\nabla\mathbf{f}(\mathbf{x})$ definiert ist als

$$\nabla\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^T \tag{3.16}$$

und T die Transponierte bezeichnet.

Überall dort, wo der Betrag des Gradienten eine Schwelle s überschreitet, liegt eine große lokale Änderung des Grauwerts, also eine Kante, vor. Nach dieser Vorschrift wird durch Schwellwertbildung ein Binärbild erzeugt. Es gilt

$$g(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{für } |\nabla\mathbf{f}(\mathbf{x})| > s \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} . \tag{3.17}$$

Die Schwelle s wurde festgelegt auf 15% des Maximalwerts des Gradientenbetrags.

Da der Gradientenbetrag Kanten in alle Richtungen findet, wird auf das Binärbild eine Hough-Transformation für Geraden [GW08] angewendet. Mit dieser Transformation lassen sich linienartige Objekte im Bild lokalisieren. Für jedes Vordergrundpixel (in diesem Fall jedes Pixel, das die Bedingung aus Gleichung (3.17) erfüllt) wird die durch diesen Punkt verlaufende Geradenschar in den Hough-Raum abgebildet. Nach Gleichung (3.1) ist jede Gerade darstellbar als ein (ρ, ϕ)-Tupel. Im Hough-Raum werden diese beiden Parameter gegeneinander aufgetragen. Die Geradenschar durch einen Punkt beschreibt im Hough-Raum also eine sinusoidale Kurve. Werden die Geradenscharen zweier Punkte im Hough-Raum aufgetragen, so schneiden sich die Sinusoiden in einem Punkt

(ρ_0, ϕ_0). Dieser Schnittpunkt repräsentiert die Gerade, die durch die beiden Punkte definiert wird. Wird diese Transformation nun für alle Vordergrundpixel durchgeführt, und die Geradenscharen in einem Array kumuliert, kann die Geradengleichung bestimmt werden, auf der die Kantenpixel liegen.

Da bekannt ist, ob die prozessierte Kante horizontal, vertikal oder diagonal ist, kann ein großer Teil des Hough-Raums ausgeblenet werden, um die Geradengleichung zu bestimmen. Weiterhin kann eine Mindestanzahl Pixel vorgegeben werden, die die Gerade haben muß. Auf diese Weise läßt sich die Kante sehr genau lokalisieren, indem zum Beispiel die quadrierten Werte im Hough-Raum in Richtung der Koordinatenachsen summiert werden.

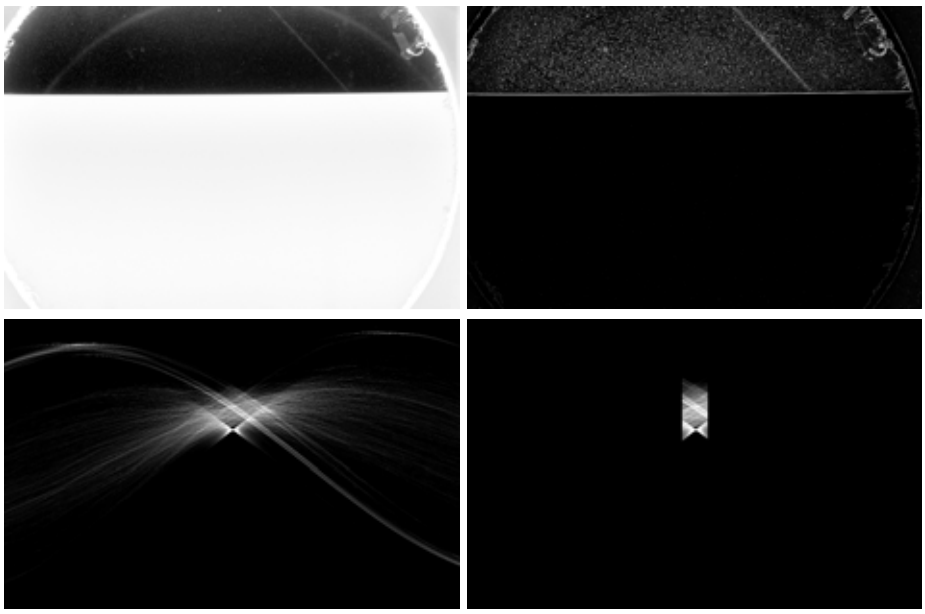

Abbildung 3.7: Oben links: Bild nach Anwendung des Logarithmus. Oben rechts: Das Gradientenbild. Unten links: Hough-Transformation des Binärbildes. Unten rechts: Aus dem Hough-Raum selektierter Bereich

Nach Bestimmung der Parameter der Geradengleichungen wurden die Schnittpunkte der horizontalen und vertikalen Kanten bestimmt. Der Schnittpunkt für zwei Geraden ist in kartesischen Koordinaten durch

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} \sin\theta_1 & -\rho_1 \\ \sin\theta_2 & -\rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \cos\theta_1 & \sin\theta_1 \\ \cos\theta_2 & \sin\theta_2 \end{vmatrix}}, \; x_2 = \frac{\begin{vmatrix} -\rho_1 & \cos\theta_1 \\ -\rho_2 & \cos\theta_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \cos\theta_1 & \sin\theta_1 \\ \cos\theta_2 & \sin\theta_2 \end{vmatrix}} \tag{3.18}$$

gegeben. Diese Schnittpunkte definieren den Ort, an dem nun die ESF extrahiert wird. Die Abstände der Positionen der extrahierten Werte müssen gleich sein. Für die diagonalen Kanten ist dies nur möglich, wenn der Grauwert zwischen den ganzzahligen Pixelpositionen abgegriffen wird, da der Euklidische Abstand zweier diagonaler Pixel $\sqrt{2}$ ist. Aus diesem Grund muß das Bild interpoliert werden. Da auch die horizontalen Kanten nicht perfekt am Pixelraster ausgerichtet sind, muß auch hier interpoliert werden.

Bei perfekter Ausrichtung der Kanten würden sich alle Geraden in einem Punkt schneiden. Da aufgrund von Ungenauigkeiten im Aufbau keine perfekte Positionierung erzielt werden konnte, schneiden sich die Geraden nicht in einem Punkt; vielmehr gibt es bis zu sechs Schnittpunkte in einem kleinen Bereich, wie Abbildung 3.8 illustriert.

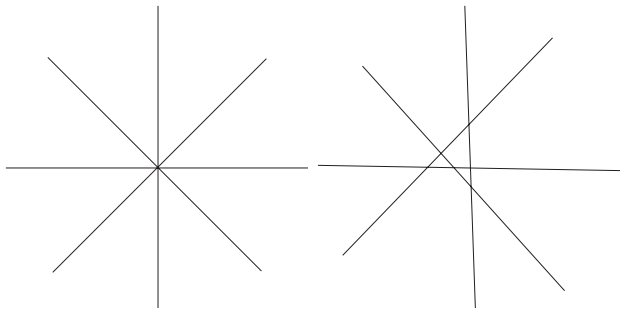

Abbildung 3.8: Links: Exakte Ausrichtung der Kanten, alle Geraden schneiden sich in einem Punkt. Rechts: Abweichung der Orientierung der Kanten um bis zu 2° von der Sollausrichtung. Es gibt insgesamt sechs Schnittpunkte.

Aus diesem Grund wurden die extrahierten Kantenprofile zunächst in ein temporäres Array gespeichert. Es wurden ausreichend Pixel links und rechts des Schnittpunktes extrahiert, um in einem Nachbearbeitungsschritt die Kanten so zu beschneiden und auszurichten, daß ihre Wendepunkte auf derselben Koordinate liegen. Dieser Schritt ist auch notwendig, da die PSF mittels der inversen Radontransformation ermittelt wird. Weiterhin mußte beachtet werden, daß die dunkle Seite der Kantenprofile auf derselben Seite lag. Durch Ableiten der Kantenprofile wurde das Sinogramm der PSF erzeugt, aus dem mittels inverser Radontransformation die PSF bestimmt werden konnte. Da nur vier unterschiedliche Kantenrichtungen vermessen wurden, konnten abweichungen der Form der PSF zwischen diesen Richtungen nicht detektiert werden. Variiert dis Form der Impulsantwort nicht sehr stark zwischen den Meßrichtungen, läßt sich damit eine hinreichend genaue Rekonstruktion der PSF erzielen.

Um Artefakte bei der Rekonstruktion zu vermeiden, muß das Abtasttheorem erfüllt sein, das für die inverse Radontransformation die Form

$$\frac{p}{x} \geq \frac{\pi}{2} \tag{3.19}$$

annimmt, wobei p die Anzahl der Projektionen, und x die Anzahl der Datenpunkte einer Projektion bezeichnen. Da nur vier Projektionen zur Verfügung standen, und für die Länge der Projektionen 32 Pixel gewählt wurden, mußte das Sinogramm vor der Transformation in Richtung der θ-Achse interpoliert werden, um die benötigte Anzahl Projektionen zu erhalten. Abbildung 3.9 zeigt beispielhaft eines der berechneten Sinogramme.

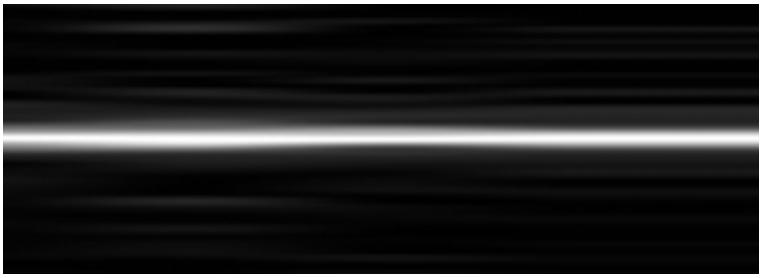

Abbildung 3.9: Beispiel eines Sinogramms mit dem eine PSF mittels gefilterter Rückprojektion bestimmt wurde.

Bei der verwendeten gefilterten Rückprojektion geht der mittlere Grauwert verloren. Deshalb ist es notwendig, die resultierenden PSF nachträglich zu skalieren. Der Skalierungsfaktor wurde so gewählt, daß die Summe der Pixelwerte der PSF eins beträgt. Durch diese Skalierung ist es also nicht möglich, Variationen der PSF zu beschreiben, die aus ortsabhängigen Transmissionskoeffizienten resultieren, hervorgerufen beispielesweise durch Vignettierung des optischen Systems.

Kapitel 4

Restauration

Mit dem Begriff Entfaltung bezeichnet man die Restauration des Originalbildes aus den aufgenommen, degradierten Daten. Im einfachsten Fall wird dabei so vorgegangen, daß die Fourier-Transformierte des aufgenommenen Bildes $\mathcal{F}[g(\mathbf{x})] = G(\mathbf{u})$ mit der inversen OTF multipliziert wird. Damit ist eine Abschätzung $\hat{f}(\mathbf{x})$ des Originalbildes durch

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \mathcal{F}^{-1}\left[\frac{G(\mathbf{u})}{OTF(\mathbf{u})}\right] \tag{4.1}$$

gegeben. Dieses Verfahren kann natürlich nicht angewandt werden, wenn der Nenner null ist, was bei der OTF realer optischer Systeme immer der Fall ist [Jä02]. Weiterhin werden die Werte der invertierten OTFs mit steigender Ortsfrequenz immer größer. Bei hohen Ortsfrequenzen liegt nur noch wenig Nutzsignal vor; das dominante Signal ist das Rauschen. Aus diesem Grund wird bei dieser Art der Entfaltung das hochfrequente Rauschen tendenziell verstärkt. Abhilfe kann man schaffen, indem nur Werte des Verhältnisses $\frac{G}{OTF}$ rücktransformiert werden, die nah am Koordinatenursprung liegen und deshalb ein gutes Signal-Rausch-Verhältnis aufweisen [GW08]. Dies kann dadurch realisiert werden, daß vor der Rücktransformation $\frac{G}{OTF}$ mit einer Fensterfunktion multipliziert wird. Eine solche Fensterfunktion ist beispielsweise das Butterworth-Tiefpassfilter, dessen Transferfunktion durch

$$B(\mathbf{u}) = \frac{1}{1 + [D(\mathbf{u})/D_0]^{2n}} \tag{4.2}$$

gegben ist. Dabei ist n die Ordnug des Filters, D_0 die Grenzfrequenz und $D(\mathbf{u})$ die Abstandsfunktion. Die Verwendung eines Filters hoher Ordnung garantiert hierbei eine rasche asymptotische Näherung an den Wert null im Frequenzraum.

Dieses Filter müßte als interaktives Filter ausgeführt werden, da es keine einfache Möglichkeit gibt, automatisiert den besten Wert für die Grenzfrequenz zu bestimmen. Dieser simple Ansatz kann für reale optische Systeme nicht angewandt werden, da ein Bild immer Rauschen enthält und die OTF im allgemeinen Nullstellen aufweist.

4.1 Wiener-Filter

Um die Nachteile der Entfaltung nach (4.1) zu umgehen, kann das Wiener-Filter verwendet werden, um das Bild $G(\mathbf{u})$ zu restaurieren. Es gilt

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \mathcal{F}^{-1}\left[\frac{OTF^*(\mathbf{u})}{|OTF(\mathbf{u})|^2 + |N(\mathbf{u})|^2/|F(\mathbf{u})|^2}\right] G(\mathbf{u}) \ . \tag{4.3}$$

Dabei ist $OTF^*(\mathbf{u})$ die konjugiert-komplexe Funktion von $OTF(\mathbf{u})$, $N(\mathbf{u})$ die Fourier-Transformierte des Rauschens, und $F(\mathbf{u})$ die Fourier-Transformierte des undegradierten Objekts. Die Ausdrücke $|N(\mathbf{u})|^2$ und $|F(\mathbf{u})|^2$ bezeichnen das Powerspektrum, d. h. $|F(\mathbf{u})|^2 = F^*(\mathbf{u})F(\mathbf{u})$. Das grundlegende Problem der einfachen Dekonvolution tritt beim Wiener-Filter nicht auf: Selbst wenn die OTF null sein sollte, wird noch der Term $|N(\mathbf{u})|^2/|F(\mathbf{u})|^2$ addiert, was in der Regel dazu führt, daß der gesamte Nenner *nicht* null ist.

Bei der Wiener-Filterung werden das Bild und dessen Restauration als Zufallsvariable aufgefaßt. Die grundlegende Idee des Wiener-Filters besteht darin, die mittlere quadratische Abweichung zwischen dem restaurierten Bild und dem Originalbild zu minimieren. Es gilt

$$E\left(\left[\hat{f}(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x})\right]^2\right) \rightarrow \text{min!} \ . \tag{4.4}$$

Unter der Voraussetzungen, daß das Rauschen nicht von der Intensität abhängt und daß der Mittelwert des Bildes oder des Rauschens null beträgt, minimiert das Wiener-Filter den Ausdruck (4.4) [GW08]. Da das Powerspektrum des Rauschens und des Originalbildes nicht bekannt sind, wird häufig eine Variante des Wiener-Filters verwendet, bei der die unbekannten Parameter $|N(\mathbf{u})|^2/|F(\mathbf{u})|^2$ konstant gesetzt werden. Es gilt

$$\widehat{f} = \mathcal{F}^{-1}\left[\frac{G(\mathbf{u}) \cdot OTF^*(\mathbf{u})}{|OTF(\mathbf{u})|^2 + c}\right] \ , \tag{4.5}$$

wobei $c \approx |N(\mathbf{u})|^2/|F(\mathbf{u})|^2$ die Konstante ist, die zu $|OTF(\mathbf{u})|^2$ addiert wird. Auch hier gibt es also wieder einen Parameter, der interaktiv eingestellt werden müßte, um bei der Entfaltung zufriedenstellende Ergebnisse zu erzielen.

Es ist möglich, die unbekannten Größen $N(\mathbf{u})$ und $F(\mathbf{u})$ abzuschätzen. Aufgrund der Bedingung (4.4) kann angenommen werden, daß $|F(\mathbf{u})|^2 \approx |\hat{F}(\mathbf{u})|^2$. Liegt weißes Rauschen vor, so ist $|N(\mathbf{u})|^2$ eine Konstante. Mit diesen Abschätzungen ist es möglich, Gleichung (4.3) zur Entfaltung einzusetzen. Das Rauschen des Detektors hat allerdings eine signalabhängige Varianz, wie in Abschnitt 2.3 diskutiert. Nach [For98] ist es möglich, die Varianz des linear von der Bildintensität abhängigen Rauschens durch eine Grauwerttransformation in konstantes, additives weißes Rauschen zu transformieren. Es gilt

$$h(g) = \frac{2\sigma_h}{\sqrt{\alpha}} \cdot \sqrt{\sigma_0^2 + \alpha g} + c \ , \tag{4.6}$$

wobei α die Verstärkung der Elektronik ist und σ_0^2 die Varianz der vom Photonenrauschen unabhängigen Rauschterme. c und σ_h sind hierbei freie Parameter. Aus diesem Grund sollte die Entfaltung nicht direkt auf den Bilddaten durchgeführt werden, sondern auf den nach Gleichung (4.6) transformierten Daten. Nach der Entfaltung wird dann die inverse Punktoperation $h^{-1}(g)$ durchgeführt.

4.2 Restauration mit ortsabhängiger PSF

Das Wiener-Filter, wie in Gleichung (4.3) definiert, berücksichtigt zunächst nicht eine Variation der PSF über das Bildfeld. Dafür muß das Wiener Filter erweitert werden. Eine Möglichkeit dieser Erweiterung besteht darin, das Bild in Bereiche aufzuteilen, in denen die PSF nur wenig variiert. Für diese Bereiche kann dann eine Entfaltung mit konstanter PSF vorgenommen werden. Anschließend werden die einzelnen Bereiche zum Ergebnisbild zusammengefügt. Diese Vorgehensweise hat allerdings verschiedene Nachteile:

- Es muß ein Kriterium gefunden werden, nach dem das Bild in Bereiche konstanter PSFs aufgeteilt werden kann. Die Wahl einer Schwelle für dieses Kriterium ist meist nicht möglich, da die PSF, wie in Abschnitt 2.1.2 diskutiert, sich nicht abrupt ändert. Vielmehr wird die Variation einen glatten Verlauf aufweisen.

- Beim Zusammenfügen der mit unterschiedlichen konstanten PSFs entfalteten Bildbereiche ist mit Rekonstruktionsartefakten am Rand dieser Bereiche zu rechnen [Löf07].

- Der Implementierungsaufwand einer solchen Strategie ist höher, da die verschiedenen Bilbereiche den unterschiedlichen PSF zugeordnet werden müssen.

Um diese Probleme zu umgehen, ist es notwendig, die Variationen der PSF im Entfaltungsalgorithmus zu berücksichtigen, ohne auf eine Partitionierung des Bildes zurückzugreifen. Solche Methoden wurden in den letzten Jahren intensiv erforscht, hauptsächlich um die stark degradierten Bilder des Hubble-Teleskop zu restaurieren, bevor die Korrekturoptik installiert wurde (Zitat HST, Nagy). Auch Bilder von Teleskopen mit adaptiven Optiken werden mit Methoden entfaltet, die die kontinuierliche Variation der PSF explizit berücksichtigt [FR05].

Das Ziel besteht darin, eine verallgemeinerte Formulierung für die Entfaltung zu finden. Dies bedeutet, daß die entwickelte Methode die ortsabhängige PSF explizit berücksichtigt, aber bei nicht variierender PSF die herkömmliche Entfaltung ergibt. Der hier vorgestellte Lösungsansatz folgt im wesentlichen dem Vorschlag von [Lau02]. Im Kern geht es darum, die Variation der PSF so darzustellen, daß für die Entfaltung weiterhin die effiziente schnelle Fourier-Transformation (fast fourier transform, FFT) verwendet werden kann, während gleichzeitig die Anzahl der benötigten Entfaltungsoperationen minimiert wird.

Hat das betrachtete optische System eine ortsabhängige PSF $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$, so ist der Bildaufnahmeprozeß durch

$$g(\mathbf{x}') = \int\limits_{\mathbb{R}_2} f(\mathbf{x}) k(\mathbf{x}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}) \mathrm{d}\mathbf{x} \tag{4.7}$$

gegeben. Die ortsabhängige PSF wird nun in eine Linearkombination orthogonaler Basisfunkionen

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sum_{i=1}^{N} a_i(\mathbf{x}') p_i(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \tag{4.8}$$

zerlegt, wobei die Basisfunktionen p_i geeignet gewählt werden müssen, damit N möglichst klein gehalten werden kann. a_i ist ein Wichtungsfaktor, der beschreibt, mit welcher Gewichtung die p_i in die Summenbidung eingehen. Es ist nun möglich, das systemtheoretische Modell der Bildgebung (2.30) neu zu formulieren. Es gilt

$$g(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} \int_{\mathbb{R}_2} a_i(\mathbf{x}')f(\mathbf{x}')p_i(\mathbf{x}-\mathbf{x}')d\mathbf{x}' + n(\mathbf{x}), \tag{4.9}$$

wobei dieser Ausdruck im wesentlichen eine Faltung

$$g(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} \left[(a_i f) * p_i\right](\mathbf{x}) + n(\mathbf{x}) \tag{4.10}$$

ist.

Die Auswertung der Meßdaten in Abschnitt 3.2 lieferte eine Anzahl von PSFs, die auf einem Gitter im Bildfeld verteilt waren. Eine einzelne PSF ist in einem quadratischen zweidimensionalen Array P_{ij} der Größe $m \times m$

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} PSF_{0,0} & \dots & PSF_{0,m-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ PSF_{m-1,0} & \dots & PSF_{m-1,m-1} \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

abgelegt. Alle vorliegenden PSFs werden nun neu indiziert und derart in eine Matrix M geschrieben, daß die Werte der ersten PSF die erste Spalte bilden, die Werte der zweiten PSF die zweite Spalte, usw. Diese Matrix hat also die Größe $mm \times \ell$, wobei ℓ die Anzahl der gemeßenen PSFs ist. Diese Matrix hat die Form

$$M_{ij} = \begin{pmatrix} P^1_{0,0} & \dots & P^l_{0,0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P^1_{m-1,m-1} & \dots & P^l_{m-1,m-1} \end{pmatrix}. \tag{4.12}$$

Die Matrix M enthält also alle gemeßenen PSFs, aus der nun die geeigneten Basisfunktionen extrahiert werden müssen. Dafür wird eine Hauptkomponentenanalyse durchgeführt. Zunächst wird die Kovarianzmatrix

$$C = M^T M \tag{4.13}$$

von M berechnet. Die Kovarianzmatrix ist eine reelle, symmetrische, positiv semidefinite Matrix der Größe $\ell \times \ell$. Eine solche Matrix ist immer diagonalisierbar. Die Werte c_{ii} auf der Hauptdiagonalen sind die Varianz der entsprechenden P^i, und die Werte $c_{ij}, i \neq j$, die Kovarianz von P^i und P^j.

Die Kovarianzmatrix wird diagonalisiert, indem beispielsweise die Singulärwertzerlegung

$$C = A\Lambda A^T \tag{4.14}$$

von C durchgeführt wird. Dabei ist Λ eine Matrix, auf deren Hauptdiagonalen die Eigenwerte von C aufgetragen sind, und A eine orthonormale Matrix, d. h. $A^{-1} = A^T$. Nach der Singulärwertzerlegung liegen die Eigenwerte sortiert vor, für die Eigenwertmatrix

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix} \tag{4.15}$$

gilt also $\lambda_1 > \lambda_2 > \cdots > \lambda_n$.

Die Basisfunktionen p_i der PSF sind die Spaltenvektoren der Matrix

$$K = MA \tag{4.16}$$

der Größe $mm \times \ell$, also

$$p_{i,(j,k)} = K_{i,[(j \bmod m)+1]+k \cdot m}, \tag{4.17}$$

Wobei die Indizes (j, k) den Umstand berücksichtigen, daß die Basisfunktionen zwar als Spaltenvektor vorliegen, diese Vektoren jedoch ein zweidimensionales Array darstellen. Diese Basisfunktionen sind die zu den λ_i gehörenden Eigenvektoren. Der Betrag eines Eigenwertes gibt dessen Anteil an der Gesamtvarianz und damit am Informationsgehalt an. Daraus folgt, daß kleine Eigenwerte und dessen zugehörige Eigenvektoren nur einen kleinen Anteil an der Gesamtinformation tragen. Soll der ursprüngliche Datensatz aus dieser Dekomposition rekonstruiert werden, so können dabei Eigenvektoren, die zu kleinen Eigenwerten gehören, vernachläßigt werden.

Diejenigen p_1, die zu den größten Eigenwerten gehören, tragen dementsprechend am meisten zur *Form* der PSF bei. Da die Eigenwerte sehr schnell abfallen, ist damit die Möglichkeit gegeben, die wesentlichen Merkmale der PSF mit nur wenigen Termen der Gleichung (4.8) zu nähern, so daß $N \ll \ell$ wird. Die auf diese Art gewonnene Basis p_i wird dominiert durch wenige Terme, die den höchsten Eigenwert aufweisen. Es liegt also nahe, die PSF zu nähern, indem nur diejenigen a_i und p_i berücksichtigt werden, deren Eigenwert über einem gewissen

Schwellwert liegt. Somit kann die Dimension der Basis effektiv reduziert werden, was die Anzahl der benötigten Faltungen deutlich reduziert [FR05].

Da die PSF in Abschnitt 3 an diskreten Punkten im Bildfeld gemessen wurden, liegen auch nur für diese Orte Werte für a_i vor. Um die Entfaltung durchführen zu können, werden für alle Pixel Werte für a_i benötigt, weshalb diese fehlenden Werte durch Interpolation abgeschätzt werden müssen.

Die Variation der PSF über das Bildfeld ist in der Regel kontinuierlich, d. h. die Interpolationsmethode sollte eine kontinuierliche Funktion zurückliefern. Dies kann z. B. durch Splines erreicht werden. Weiterhin ist es möglich, die Interpolation so durchzuführen, daß Vorwissen über das optische System berücksichtigt wird. Wie in Abschnitt 2.1.2 diskutiert, lässt sich die Variation am besten in Abhängigkeit des Abstands und des Winkels von der optischen Achse darstellen. Es ist also von Vorteil, eine Interpolationsfunktion zu verwenden, die diese Abhängigkeit explizit berücksichtigt.

Diese Vorgehensweise hat mehrere Vorteile:

- Die Basisfunktionen p_i müssen nicht vorgegeben werden, sondern folgen direkt aus den gemessenen Daten. Dadurch ist das Modell *nichtparametrisch* und kann für alle möglichen optischen Systeme verwendet werden, unabhängig von der Form und der Variation der PSF.
- Die Reformulierung des Problems nach Gleichung (4.10) erlaubt den Einsatz der FFT für schnelle Faltungen im Fourierraum
- Es ist möglich, a priori Wissen über das verwendete System in die Entfaltung zu integrieren.
- Die so gewonnene PSF kann mit einer Vielzahl von Entfaltungsalgorithmen verwendet werden.
- Durch die effektive Reduktion der Basis kann der Rechenaufwand für eine Entfaltung deutlich reduziert werden.

Kapitel 5

Ergebnisse

Die Hauptkomponentenanalyse der Daten liefert die in Abbildung 5.1 gezeigten Basisfunktionen p_i. Die erste Basisfunktion entspricht einer durchschnittlichen PSF und ist positiv definit, weitere Komponenten beeinflußen die Form und die Größe, in Abhängigkeit des Ortes und der Koeffizientefelder a_i.

Die PSF wurden an den in Abbildung 5.2 markierten Orten mit dem im Kapitel 3 beschriebenen Verfahren gemessen. Die einzelnen PSFs wurden interpoliert, indem bei der Extraktion der Kanten der Abstand zwischen zwei Abtastpunkten 1/4 Pixel gewählt wurde. Von diesen gemessenen PSF wurden mit dem in Kaptiel 4 beschriebenen Verfahren die zugehörigen Hauptkomponenten der PSF berechnet. Die bei der Hauptkomponentenanalyse bestimmten Parameter können dazu verwendet werden, eine genäherte PSF für beliebige Positionen im Bildfeld zu berechnen, nicht nur an den Orten, an denen auch tatsächlich eine PSF gemessen wurde. Abbildung 5.2 zeigt alle Orte, an denen die PSF im Bildfeld gemessen wurden. Für diejenigen Orte, die auf oder nahe des hellen Rings lagen, konnten keine PSF gemessen werden. Für diese Orte wurde die nächste gültige PSF verwendet.

Aus den Basisfunktionen p_i und den Koeffizienten a_i wurden die PSFs rekonstruiert. Wie in Abschnitt 4.2 dargelegt, stellen diejenigen Eigenvektoren, die zu den größten Eigenwerten gehören, die Basisfunktionen mit der größten Varianz dar. Um die wichtigsten Eigenvektoren zu selektieren wurde eine Schwelle t festgelegt, die das Verhältnis des größten Eigenwerts e_1 zum kleinstem noch gültigen Eigenwert e_n beschreibt. Für die Abbruchbedingung gilt $t > e_1/e_n$. In der Literatur wird für diese Schwelle ein Wert zwischen 10^4 – 10^6 vorgeschlagen [FR05]. In dieser Arbeit wurde ein Wert von 10000 verwendet, um die Rechenzeiten zu

reduzieren. Abbildung 5.3 zeigt einige gemessene PSFs, die aus den ersten elf Hauptkomponenten rekonstruierten PSFs und die Abweichung zwischen beiden. Die Orte, an denen diese PSFs gemessen wurden, sind in Abbildung 5.2 mit einem dicken Punkt markiert.

Die Anwendung des entwickelten Rekonstruktionsalgorithmus ist in Abbildung 5.4 gezeigt. Im Bild ist eine Oszilation des Grauwerts um die Kante zu erkennen. Aus dem Zeilenprofil ist ersichtlich, daß die Steigung der Kante größer, das Rauschen allerdings auch ausgeprägter ist. Diese Artefakte schränken die Nützlichkeit des verwendeten Algorithmus stark ein.

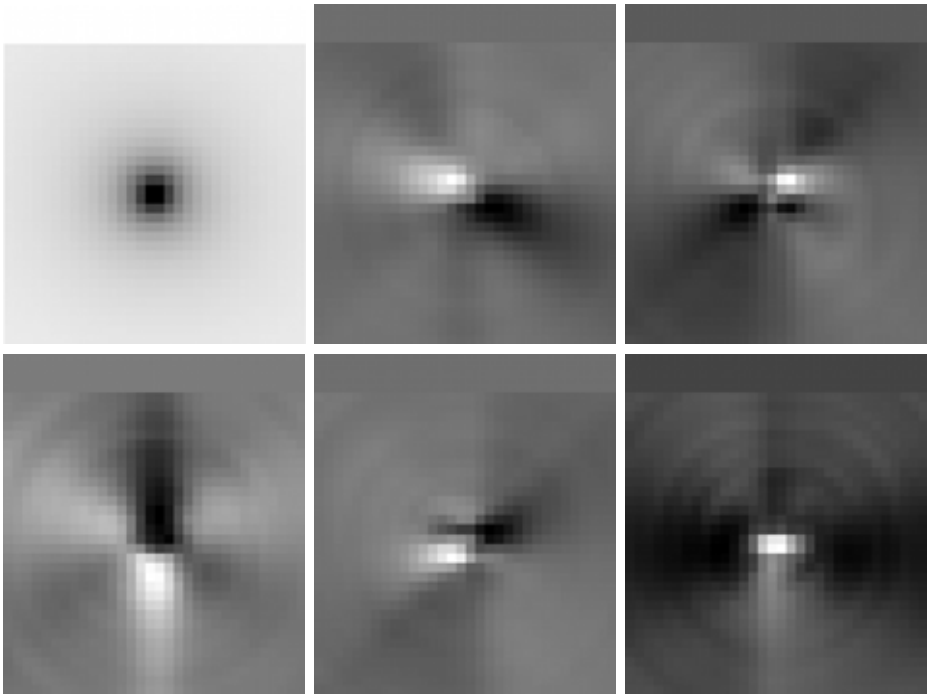

Abbildung 5.1: Die ersten sechs Hauptkomponenten, links oben beginnend im Uhrzeigersinn nummeriert. Die erste Komponente entspricht der durchschnittlichen PSF, die weiteren Komponenten modifizieren diese Form. Der einfarbige Balken am oberen Rand entspricht dem Wert null.

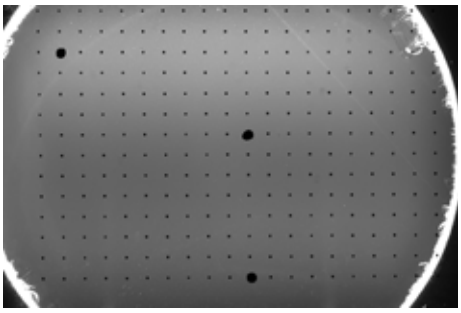

Abbildung 5.2: Orte, an denen PSF gemessen wurden. Die mit einem dicken Punkt markierten PSFs sind in Abbildung 5.3 dargestellt.

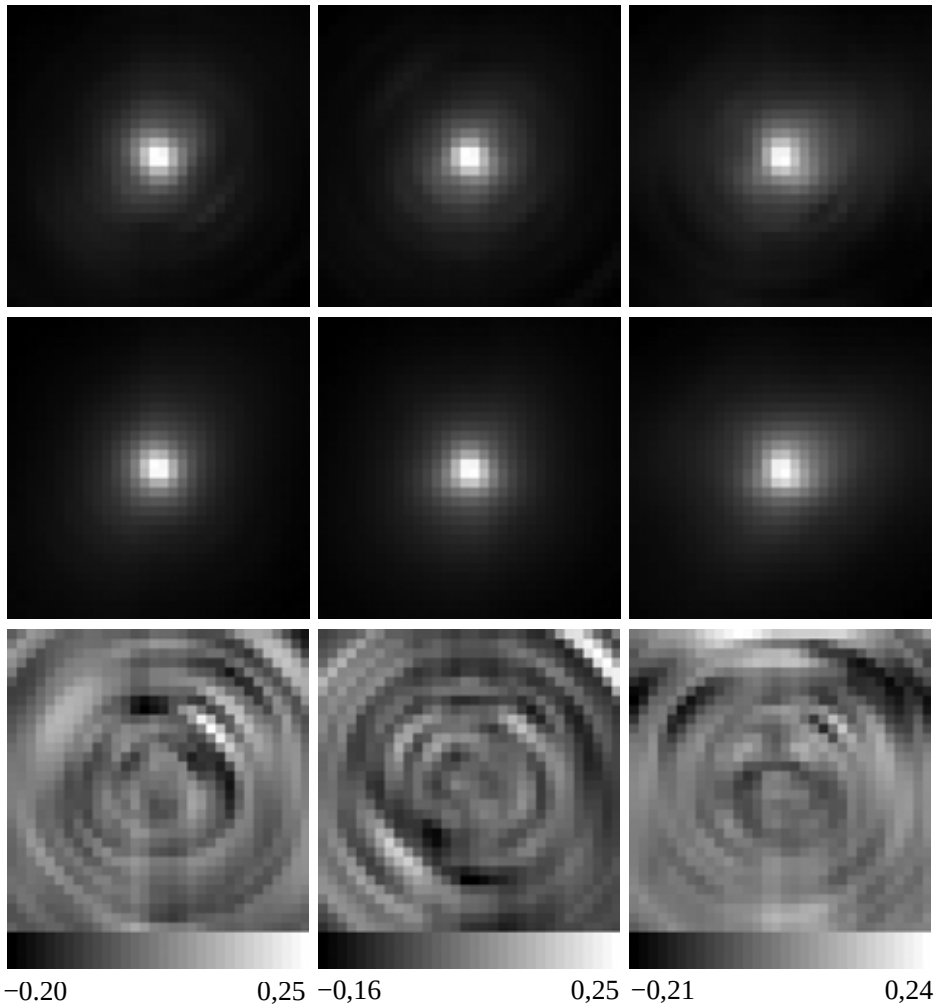

Abbildung 5.3: Obere Reihe: An den in Abbildung 5.2 markierten Punkten gemessene PSFs. Mittlere Reihe: mit Hauptkomponenten genäherte PSF. Untere Reihe: Abweichung zwischen modellierter und gemessener PSF. Die Skala gibt den relativen Fehler zwischen Modell und Messung wider. Die Ausdehnung der Bilder beträgt 8×8 Pixel.

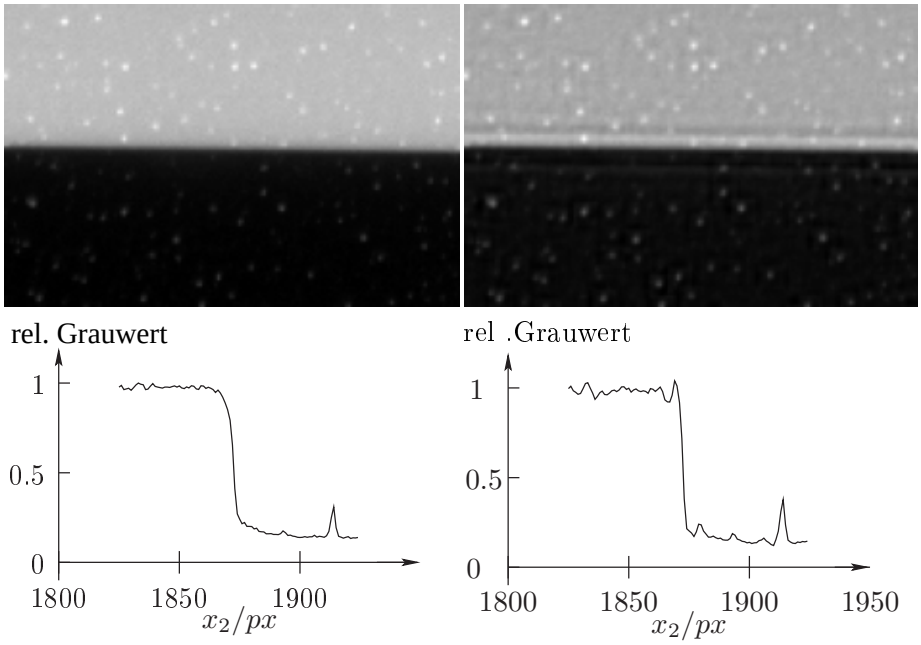

Abbildung 5.4: Ergebnis der Anwendung des Algorithmus auf einen Bildausschnitt mit einer Kante, der aus dem Datensatz entnommen wurde, der zur Berechnung der PSF diente. Links: Originalbild und vertikales Zeilenprofil. Rechts: Bildausschnitt respektive Zeilenprofil nach Restauration. Die Steigung der Kante ist größer als im Originalbild, allerdings wurden Artefakte in der Umgebung der Kante eingeführt und das Rauschen ist ausgeprägter

Kapitel 6

Diskussion

Die Restauration mittels des in Abschnitt 4.2 beschriebenen Verfahren besteht im Wesentlichen aus einer Verstärkung der hohen Bildfrequenzen. Aus diesem Grund wird nach Restauration zwar die Steigung der Kante größer, aber auch die Amplitude des Rauschens. Wie in [Jä02] beschrieben, läßt sich darüberhinaus mittels linearer Operationen das Signal-Rausch-Verhältnis eines Bildes nicht verbessern.

Im restaurierten Bild sind ausgeprägte Artefakte nahe der Kante zu sehen. Diese resultieren vermutlich daher, daß bei der Restauration das Abtast-Theorem (Gleichung (2.41)) verletzt wird, da die Wirkung der PSF rückgängig gemacht wird, d. h. es wird versucht, ein Bild zu erzeugen, welches mit einem optischen System aufgenommen wurde, das eine δ-förmige PSF besitzt [MCS98].

Der verwendete Detektor wies nur geringe Variationen in der Größe und der Form der PSF auf. Aus diesem Grund wäre eine Restauration mit ortsabhängiger Übertragungsfunktion nicht notwendig. Da die in dieser Arbeit entwickelte Restauration aber eine Verallgemeinerung der Restauration mit ortsunabhängiger PSF darstellt, kann sie natürlich gleichwertig eingesetzt werden.

In dieser Diplomarbeit wurde eine große Anzahl unterschiedlicher Konzepte angewandt. Dazu zählten insbesondere:

- Beschreibung der Geometrie der Bildgebung durch Konzepte der geometrischen Optik
- Beschreibung der fundamentalen Auflösungsgrenze klassischer optischer Systeme durch die Theorie der Wellenoptik

- Beschreibung der Vorgänge bei der Registrierung der durch das optische System erzeugten Intensitätsverteilung durch die lineare Systemtheorie.
- Die Systemtheorie stellte auch den Schlüssel zu einer mathematischen Formulierung der Restauration dar.
- Beschreibung einer einzelnen PSF durch die Radon-Transformation, indem die LSF als Projektionen dieser PSF in unterschiedliche Richtungen aufgefasst wurden.
- Beschreibung der Variation der PSF über das Bildfeld mittels Darstellung aller gemessenen PSF als Summe orthogonaler Basisfunktionen
- Reduktion der Datenmenge durch Wahl geeigneter Basisfunktionen und alleinige Berücksichtigung derjenigen Basen, die die höchste Varianz aufwiesen, also die meiste Information enthielten.

Die Behandlung aller dieser Einzelthemen konnte natürlich nicht erschöpfend sein. Vielmehr wurden nur diejenigen Aspekte beschrieben, die zu einer Lösung des jeweiligen Teilproblems erforderlich waren.

In der Literatur sind eine Vielzahl unterschidlicher Restaurationsfilter bekannt [SPM02], beispielsweise die Richardson-Lucy Iteration [Ric72] oder der Maximum-Entropy Algorithmus [GdV99]. Durch die Dekomposition der Übertragungsfunktion lassen sich viele dieser Algorithmen auch für den Fall ortsabhängiger PSFs einsetzen. Voraussetzung hierbei ist jedoch, daß der Algorithmus nicht explizit eine positiv definite PSF voraussetzt. Eine naheliegende Erweiterung dieser Arbeit ist die Implementierung verschiedener Restaurierungsstrategien, um die erzielten Ergebnisse zu verbessern, insbesondere die in [FR05] vorgeschlagene Korrektur der Restaurationsartefakte. Weiterhin sollte ein Verfahren zur Bestimmung der PSF verwendet werden, welches auch eine eventuelle Änderung des Transmissionsgrades des optischen Systems berücksichtigt.

Viele weitere Anwendungen sind mit den hier entwickelten Konzepten denkbar. Bei bereits bekannter ortsabhängiger PSF könnte die Restauration auch im Ortsraum durch Faltung durchgeführt werden. Dies folgt direkt aus dem Faltungstheorem und der Dekomposition der PSF in ihre Basisfunktionen. In der jetzt vorliegenden Fassung müssen für jede verwendete Basisfunktion drei Fourier-Transformationen durchgeführt werden. Die Fouriertransformation ist für Faltungen mit großen Masken zwar schneller, im vorliegenden Fall kann die

PSF allerdings durch ein kleines Array dargestellt werden. Dieser Ansatz verspricht also eine erhebliche Beschleunigung der Restauration.

Die zur Zerlegung der PSF verwendete Methode kann weiterhin dafür verwendet werden, die Variation der PSF zu *quantifizieren*, indem beispielsweise geeignete Klassifikatoren aus der Kovarianzmatrix abgeleitet werden. Damit besteht die Möglichkeit, unterschiedliche optische Systeme anhand ihrer ortsabhängigen Abbildungseigenschaften zu vergleichen. Dies ist auch von Nutzen, um die Auswirkungen geänderter Parameter eines einzigen optischen Systems zu beschreiben, etwa die Verwendung unterschiedlicher Blendenzahlen oder die Auswirkungen unterschiedlicher Szintillatoren auf die Abbildungseigenschaften.

Die Beschränkung auf die Eigenvektoren mit den höchsten Eigenwerten zur Rekonstruktion einer Funktion stellt eine verlustbehaftete Kompression dar. Dies ist ein weiteres Einsatzgebiet, das zunächst nichts mit optischen Systemen und ihren Übertragungseigenschaften zu tun hat, potentiell aber eine viel größere Tragweite besitzt als die in dieser Arbeit sehr spezialisierte Anwendung.

Kapitel 7

Danksagung

Für die Betreuung dieser Diplomarbeit möchte ich mich ganz herzlich bei Herrn Prof. Dr. Joachim Ohser für seine Unterstützung bedanken. Besonderer Dank gebührt meinem Betreuer vor Ort, Dr. Alexander Rack, für die Einführung in die Welt der Bildgebung mit Synchrotronstrahlung, hervorragende Betreuung, Korrekturlesungen dieser Arbeit, wissenschaftliche und nicht-wissenschaftliche Diskussionen und die Benutzung seiner Espressomschine. Weiterhin bedanke ich mich bei Dr. Timm Weitkamp für wertvolle Hinweise zum Zusammenhang zwischen LSF und Radon-Transformation und seinen unvergleichlichen Humor. Bedanken möchte ich mich auch bei Prof. Dr. Tilo Baumbach und allen Kollegen am Institut für Synchrotronstrahlung.

Ganz herzlich bedanke ich mich bei Lisa, nicht nur für Korrekturlesungen zu unmöglichen Zeiten. Dank gebührt meiner Familie, insbesondere meinen Eltern, für ihre Unterstützung in allen Lebenslagen.

Literaturverzeichnis

[BB96] U. Bonse and F. Busch. X-ray computed microtomography (μCT) using synchrotron radiation (SR). *Progress in Biophysics and Molecular Biology*, 65(1-2):133–169, 1996.

[Bor97] G.D. Boreman. MTF in optical and electro-optical systems. *SPIE, CREOL, University of Central Florida*, 1997.

[For98] W. Forstner. Image preprocessing for feature extraction in digital intensity, color and range images. *Springer Lecture Notes on Earth Sciences*, 1998.

[FR05] R.C. Flicker and F.J. Rigaut. Anisoplanatic deconvolution of adaptive optics images. *Journal of the Optical Society of America A*, 22(3):504–513, 2005.

[fSm08] Berliner Elektronenspeichering Gesellschaft für Synchrotronstrahlung m.b.H. http://www.bessy.de/?idcat=163, 2008.

[GdV99] H. Graafsma and R. Y. de Vries. Deconvolution of the two-dimensional point-spread function of area detectors using the maximum-entropy algorithm. *Journal of Applied Crystallography*, 32(4):683–691, Aug 1999.

[GW08] Gonzalez and R.E. Woods. *Digital Image Processing*. Prentice Hall, 2008.

[IBGKN05] H. Illers, E. Buhr, S. Gunther-Kohfahl, and U. Neitzel. Measurement of the modulation transfer function of digital X-ray detectors with an opaque edge-test device. *Radiation Protection Dosimetry*, 114(1-3):214–219, 2005.

[Jä02] B. Jähne. *Digitale Bildverarbeitung*. Springer, Berlin; Heidelberg, 2002.

[KRSS98] A. Koch, C. Raven, P. Spanne, and A. Snigirev. X-ray imaging with submicrometer resolution employing transparent luminescent screens. *Journal of the Optical Society of America A*, 15(7):1940–1951, 1998.

[KS88] A.C. Kak and M. Slaney. *Principles of computerized tomographic imaging*. IEEE Press New York, 1988.

[Lau02] T.R. Lauer. Deconvolution With a Spatially-Variant PSF. *Arxiv preprint astro-ph/0208247*, 2002.

[Löf07] M.G. Löfdahl. Multiframe deconvolution with space-variant point-spread functions by use of inverse filtering and fast Fourier transform. *Applied Optics*, 46(21):4686–4693, 2007.

[MCS98] P. Magain, F. Courbin, and S. Sohy. Deconvolution with Correct Sampling. *The Astrophysical Journal*, 494(1):472–477, 1998.

[Ped02] Pedrotti, F., Pedrotti, L., Bausch, W., Schmidt, H. *Optik für Ingenieure*. Springer-Verlag, Berlin; Heidelberg, 2002.

[Ric72] W.H. Richardson. Bayesian-based iterative method of image restoration. *J. Opt. Soc. Am*, 62(1):55–59, 1972.

[RL71] GN Ramachandran and AV Lakshminarayanan. Three-Dimensional Reconstruction from Radiographs and Electron Micrographs: Application of Convolutions Instead of Fourier Transforms. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 68(9):2236–2240, 1971.

[RZM+] A. Rack, S. Zabler, BR Müller, H. Riesemeier, G. Weidemann, A. Lange, J. Goebbels, M. Hentschel, and W. Görner. High resolution synchrotron-based radiography and tomography using hard X-rays at the BAMline (BESSY II). *Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, A*, 586(2):327–344.

[San07] Synchrotron Soleil EPSIM 3D/JF Santarelli. Wikipedia, 2007.

[SD03] R. Simon and A.N. Danilewsky. The experimental station for white beam X-ray topography at the synchrotron light source ANKA, Karlsruhe. *Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, B*, 199:550–553, 2003.

[SPM02] J.L. Starck, E. Pantin, and F. Murtagh. Deconvolution in Astronomy: A Review. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 114:1051–1069, 2002.

[Wei02] T. Weitkamp. *Imaging and Tomography with High Resolution Using Coherent Hard Synchroton Radiation*. Cuvillier, 2002.